缩 略 语 表

AF	模糊函数
AR	自回归(滤波或模型)
ASK	振幅键控信号
BJD	波恩—约旦(Born - Jordan)分布
BPSK	双相键控信号
BUD	巴特沃斯(Butterworth)分布
CWD	乔伊—威廉斯(Choi - Williams)分布
CWT	连续小波变换
FM	调频
FSK	频移键控信号
GRD	广义矩形分布
HT	希尔伯特变换
MHD	马根诺—希尔(Margenau - Hill)分布
MHSD	马根诺—希尔(Margenau - Hill)谱图分布
MMCE	最小平均互熵
NAF	窄带模糊函数
PMHD	伪马根诺—希尔(Margenau - Hill)分布
PWVD	伪魏格纳—维尔(Wigner - Ville)分布
QPSK	四相键控信号
RID	减小相干项分布
STFT	短时傅里叶变换
TFR	时频表示
WAF	宽带模糊函数
WT	小波变换
WVD	魏格纳—维尔(Wigner - Ville)分布
ZAM	赵—阿特拉斯—马克斯(Zhao - Atlas - Marks)分布
SPWVD	平滑伪魏格纳—维尔(Wigner - Ville)分布

目　　录

第 1 章 时频分析的基本理论

1.1 概 述

时频分析的研究始于 20 世纪 40 年代。许多著名的学者，如时频分析研究的先驱Gabor 和 Ville，受量子力学中类似研究的启发，把数学中的相似性引入到了时频分析中，这不仅发展了量子力学中相干状态的数学方法，还把解析信号的重要概念引入到了时频分析中。Ville 推导出 Wigner 在 1932 年研究量子统计力学时所得的一种分布—— Wigner - Ville 分布，这个分布在时频分析的研究过程中起到了非常重要的作用。如今时频分析已经得到了许多很有价值的成果，这些成果已在工程、物理、天文学、化学、地球物理学、生物学、医学和数学等领域得到了广泛应用。时频分析在信号处理领域显示出了巨大的潜力，吸引着越来越多的人去研究并利用它。

时频分析的研究对象是信号，尤其是非平稳或时变信号，因此，我们也可以把时频分析看作是信号分析与处理的一个特殊分支。信号一般是以时间为自变量来表示的。通过傅里叶变换(Fourier Transformation，简记为 FT)，信号也可分解为不同频率分量之和的形式，也就是说，信号也能以频率为自变量来表示，称之为频谱，这就是大家所熟悉的时域和频域表示。传统的信号分析中，平稳的随机信号常用其二阶统计量来表征：时域用相关函数，频域用功率谱。功率谱实质上是一种频域的能量密度分布，因此可以把它视为频域分布。相关函数和功率谱之间也以 FT 作为联系的桥梁。

基于 FT 的信号频域表示及其能量频域分布揭示了信号在频域的特征，它们在传统的信号分析与处理方法中发挥了极其重要的作用。但是，FT 是一种整体变换，即对信号的表征要么完全在时域，要么完全在频域，作为频域表示的频谱或功率谱并不能告诉我们其中的某种频率分量出现在什么时候以及它的变化情况。而在许多实际应用场合，信号是非平稳的，其统计量(如相关函数、功率谱等)是时变函数。只了解信号在时域或频域的全局特性是远远不够的，我们最希望得到的乃是信号频谱随时间变化的情况。为此，需要使用时间和频率的联合函数来表示信号，这种表示称为信号的时频表示。时频表示分为线性时频表示和非线性时频表示。典型的线性时频表示有短时傅里叶变换(简记为 STFT，也称为短时频谱)、小波变换(Wavelet Transformation，简记为 WT)和 Gabor 展开等。非线性时频表示主要是我们后面章节中要讲的各种二次型表示。在很多实际场合，我们还要求二次型时频表示能够描述该信号的能量分布密度，这种更严格意义下的时频表示称为信号的时频分布。

时频分析的主要任务是描述信号的频谱含量是怎样随时间变化的，研究并了解时变频谱在数学和物理上的概念和含义。时频分析的最终目的是要建立一种分布，以便能在时间和频率上同时表示信号的能量或者强度，得到这种分布后，我们就可以对各种信号进行分

析、处理，提取信号中所包含的特征信息，或者综合得到具有期望的时频分布特征的信号。

1.2 非平稳信号

本节在对信号的时间域和频率域描述进行简要回顾之后，首先介绍了时频局域化、时间-带宽乘积以及与这个乘积相联系的限制条件(Heisenberg - Gabor 不等式，简记为H - G不等式)；然后给出了瞬时频率和群延迟的概念，作为频谱的时间局域化问题的第一类解决方法；接着通过稳定性来定义非平稳性的概念，并举例说明如何利用工具箱合成时变信号；最后指出对于多成分信号仅采用瞬时频率和群延迟这些一维函数来描述是不够充分的，还必须采用二维描述。

1.2.1 时间描述和频率描述

描述信号最自然的方法是时间描述，因为几乎所有的物理信号都是通过记录那些随时间变化的变量而获得的。例如，时域内的线性调频脉冲信号可以表示为

$$x(t) = (\frac{a}{\pi})^{1/4} e^{-at^2/2 + \beta t^2/2 + j w_0 t}$$

通过FT 得到信号的频率描述，即

$$X(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi v t} dt$$

信号的频率也是描述信号的一种有效方法，因为许多领域(如物理学、天文学、经济学、生物学等)都与频率的概念有关。

仔细观察频谱 $X(v)$ 就可以发现，它属于全局变换，在时域是完全非局域化的。因此，频谱能告诉我们信号中包含有哪些频率分量，以及信号在相应频率处的幅度和相位，但它不能告诉我们这些频率到底发生在什么时间。

1.2.2 局域化和 Heisenberg - Gabor 准则

同时表征信号时域和频域特征的简单方法是用信号的均值和散布来表示，即把 $|x(t)|^2$ 和 $|X(v)|^2$ 看作概率密度，观察其均值和标准差来分析信号的时域和频域特征。例如，我们可以用信号的时间均值、频率均值、时间散布和频率散布来表示信号的时频特征，其定义为

时间均值：$t_m = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{+\infty} t |x(t)|^2 dt$

频率均值：$v_m = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{+\infty} v |X(v)|^2 dv$

时间散布(时间标准差)：$T^2 = \frac{4\pi}{E_x} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - t_m)^2 |x(t)|^2 dt$

频率散布(频率标准差)：$B^2 = \frac{4\pi}{E_x} \int_{-\infty}^{+\infty} (v - v_m)^2 |X(v)|^2 dv$

式中 E_x 为信号的能量，假定它为有限(或有界)的，即

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < +\infty$$

则在时频平面内，信号可以用其平均位置(t_m，v_m)和一个面积正比于时间-带宽乘积 $T\times B$ 的能量聚集区域表征出来。

乘积 $T\times B$ 具有下限，即 $T\times B\geqslant 1$，这个限制条件就是 Heisenberg－Gabor(简记为 H－G)不等式，也称为不确定原理或测不准原理。

在时频分析中，窗函数常常起着关键的作用。所加的窗函数能否正确地反映信号的时频特性(即窗函数是否具有高的时间分辨率和频率分辨率)，与待分析信号的平稳特性有关。H－G 不等式揭示了这样一个事实：时宽和带宽不可能同时达到任意小。所以，既有任意小时宽，又有任意小带宽的窗函数是不存在的。需要强调的是，对非平稳信号作加窗的局域化处理，窗函数内的信号必须是基本平稳的，即窗宽必须与非平稳信号的局部平稳性相适应。因此，非平稳信号分析所获得的频率分辨率与信号的“局域平稳长度”有关，这个长度很短的信号不可能直接得到很好的频率分辨率。

【例 1】 时频工具箱里的 M 文件 loctime.m 和 locfreq.m 可以估计时间和频率的局域化结果。第一个文件计算信号的平均时间中心(t_m)和时间间隔(T)，第二个文件计算平均归一化频率(v_m)和归一化带宽(B)。例如，对于一个经过高斯幅度调制的线性调频脉冲信号，我们可以通过以下命令得到如图 1－1 所示的结果。

```
>> sig=fmlin(256).*amgauss(256);
>> [tm, T]=loctime(sig)        →tm=128   T=32
>> [num, B]=locfreq(sig)       →num=0.249   B=0.0701
```

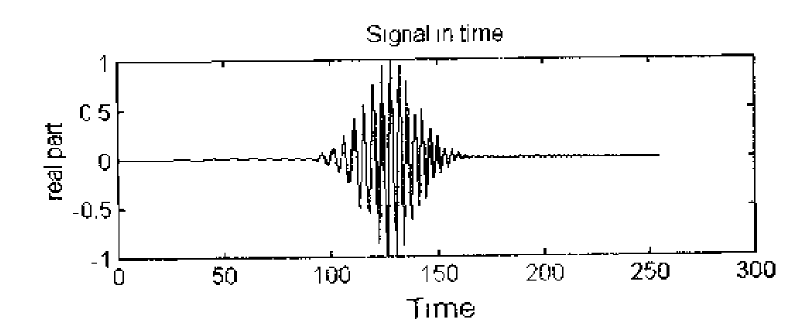


图 1－1 经过高斯幅度调制的线性调频脉冲信号

【例 2】 为了用数值计算对 H－G 不等式进行检验，我们来考察一个高斯信号，并计算其时间-带宽的乘积。我们可以通过以下命令得到如图 1－2 所示的结果。

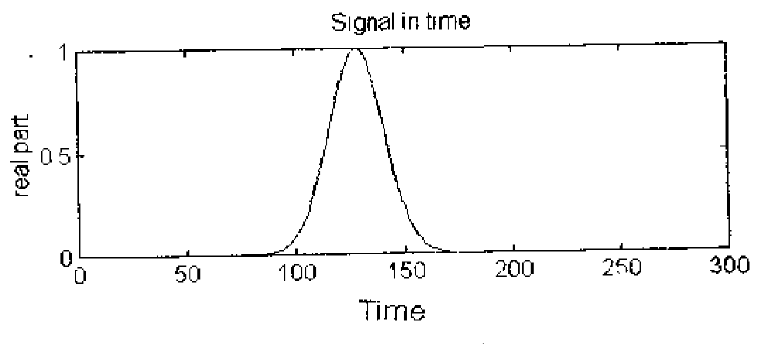


图 1－2 高斯信号

```
>> sig=amgauss(256);
>> [tm, T]=loctime(sig);
>> [fm, B]=licfreq(sig);
>> [T, B, T*B]          → T=32   B=0.0312   T*B=1
```

1.2.3 解析信号

对于任何实值信号 $x(t)$，我们可以定义一个与 $x(t)$ 相关的复值信号：

$$x_a(t) = x(t) + \mathrm{jHT}(x(t))$$

这里 $\mathrm{HT}(x(t))$ 是 $x(t)$ 的希尔伯特变换(Hilbert Transformation，简记为 HT)，$x_a(t)$ 被称为与 $x(t)$ 相关的解析信号，它可以由信号处理工具箱中的 M 文件 Hilbert.m 得到。由于 X_a 是一个单侧 FT，故此定义在频域里有一个简单的解释，它的负频值被去掉，正频值被加倍，而直流成分则保持不变，即

$$\begin{aligned} X_a(v) &= 0 & v &< 0 \\ X_a(v) &= X(0) & v &= 0 \\ X_a(v) &= 2X(v) & v &> 0 \end{aligned}$$

X 是 x 的 FT，X_a 是 x_a 的 FT。这样通过使实信号频谱中的负频率部分为零，就可以得到其解析信号。对于一个实信号来说，由于 $X(-v)=X^*(v)$，因而这样处理并不会改变它所含信息的内容。

1.2.4 解时频率和群延迟

信号的瞬时频率可以同时在时域和频域描述信号。对解析信号 $x_a(t)$，我们可以把瞬时幅度和瞬时频率定义如下：

$$a(t) = |x_a(t)| \qquad \text{瞬时幅度}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\,\arg x_a(t)}{\mathrm{d}t} \qquad \text{瞬时频率}$$

时频工具箱中的 M 文件 instfreq.m 可以用来估算瞬时频率。下面举例计算一个线性调频脉冲信号的瞬时频率，结果如图 1-3 所示。

```
>> sig=fmlin(300); t=(3: 300);
>> ifr=instfreq(sig); plotifl(t, 'ifr');
```

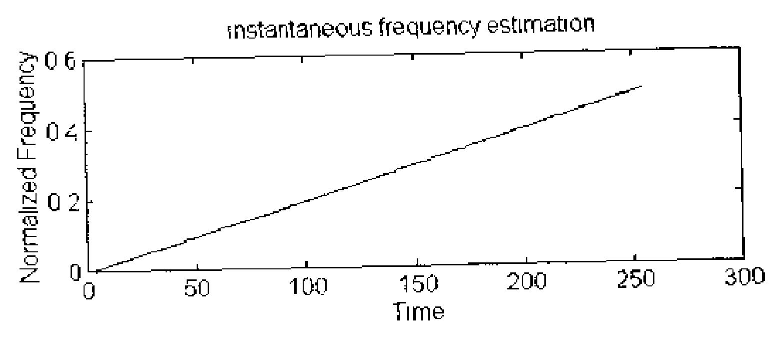


图 1-3 线性调频脉冲信号的瞬时频率

由图 1－3 我们可以看出，瞬时频率可以很好地表明信号频率随时间变化的情况。瞬时频率将局部频率行为表征为时间的函数，群延迟则将局部时间行为通过频率来表征。群延迟定义如下：

$$t_x(v) = -\frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\arg X_a(v)}{\mathrm{d}v}$$

$t_x(v)$表示频率 v 的平均到达时间。时频工具箱中的 M 文件 sgrpdlay.m 可以估计一个信号的群延迟。例如，对于前面例子中的信号，我们可以通过以下命令得到如图 1－4 所示的结果。

```
>> sig=fmlin(300); fnorm=0: 0.05: 0.5;
>> gd=sgrpdlay(sig, fnorm);
>> subplot(221); plot(gd, fnorm);
```

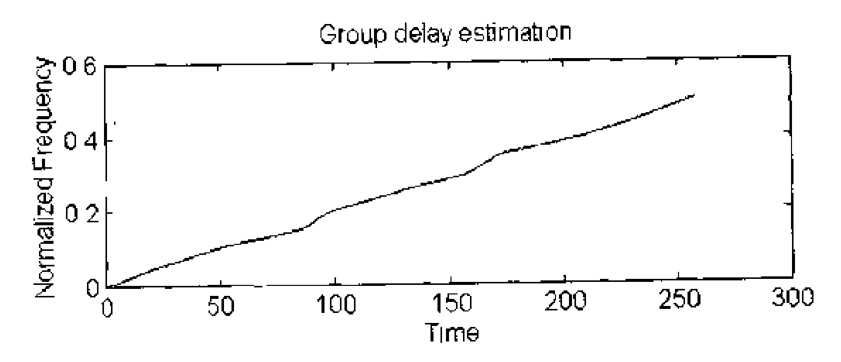


图 1－4 线性调频脉冲信号的群延迟

注意到这样一个事实，即瞬时频率和群延迟在时频面内定义了两种不同的曲线，它们只有在时间带宽乘积 $T\times B$ 很大时才大致等价。为表明这一点，我们考虑一个简单的例子，分别计算两个信号的瞬时频率和群延迟，第一个信号的 $T\times B$ 较大，第二个的 $T\times B$ 较小，通过以下命令可得到如图 1－5 所示的结果。

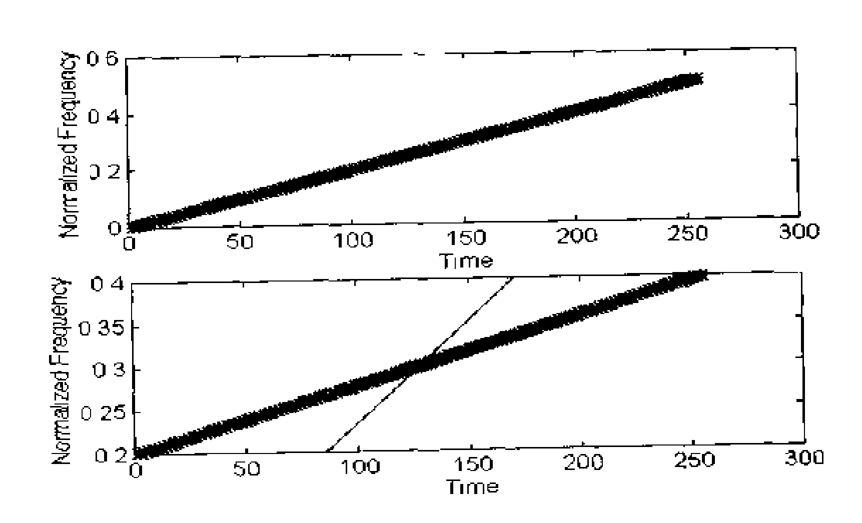


图 1－5 线性调频信号的瞬时频率和群延迟

```
>> t=2: 225; sig1=amgauss(300, 128, 90).*fmlin(300, 0, 0.5);
>> [tm, T1]=loctime(sig1);
```

```
>> [fm, B1]=locfreq(sig1);
T1 * B1              →  T1 * B1=15.9138
>> ifr1=instfreq(sig1, t); f1=linspace(0, 0.5-1/300, 300);
>> gd1=sgrpdlay(sig1, f1);
>> subplot(221); plot(t, ifr1, '*', gd1, f1, '-')
>> sig2=amgaus(300, 128, 30). * fmlin(300, 0.2, 0.4);
>> [tm, T2]=loctime(sig2);
>> [fm, B2]=locfreq(sig2);
T2 * B2              →  T2 * B2=1.224
>> ifr2=instfreq(sig1, t); f2=linspace(0.2, 0.4, 300);
>> gd2=sgrpdlay(sig1, f1);
>> subplot(222); plot(t, ifr2, '*', gd2, f2, '-')
```

在第一幅图中，两条曲线几乎完全重合(也就是说，瞬时频率是群延迟的反变换)，而在第二幅图中，两条曲线则明显不同。

1.2.5 平稳性

如果一个确定性信号可以写成如下的正弦函数的离散和的形式，也就是说，可以写成具有恒定瞬时幅度和瞬时频率的基本信号之和的形式，则我们说该信号是平稳的，即

对于实信号：$x(t) = \sum_{k\in N} A_k \cos[2\pi v_k t + \varphi_k]$

对于复信号：$x(t) = \sum_{k\in N} A_k \exp[j(2\pi v_k t + \varphi_k]$

在随机情况下，如果一个信号的数学期望与时间无关，而自相关函数$E[x(t_1)\cdot x^*(t_2)]$仅与时间间隔t_2-t_1有关，则称该信号是广义平稳信号，其对应的解析信号具有固定的瞬时幅度和瞬时频率期望值。

这些基本的假设条件中只要有一条不成立，那么该信号就是不平稳的。例如，一个有限时间区间上的信号，特别是一个瞬变信号(持续时间相对于观测时间很短的信号)就是非平稳的。

1.2.6 单一成分的非平稳信号的合成

时频工具箱中有一部分文件是用来产生非平稳信号的，其中有三组 M 文件可以使用：

(1) 第一组可以合成不同的调幅信号，这组文件以 am 为前缀。例如，amrect.m 用来计算方波调幅信号，amgauss.m 用来计算高斯调幅信号。

(2) 第二组可以产生不同的调频信号，这组文件以 fm 为前缀。例如，fmconst.m 产生一个常值调频信号，fmhyp.m 产生一个双曲线型信号。

(3)第三组是一系列预先定义的信号，其中有些信号以 ana 开始，表示它们是解析的(如 anastep、anabpsk、anasing 等)，其它的则具有特殊的名称(如 doppler、atoms 等)。

把前两组文件综合起来，通过与调幅或调频信号相乘，可以产生一大类非平稳信号。

【例 3】 我们可以通过以下命令将 1.2.4 小节中的线性调频脉冲信号与一个高斯调幅信号相乘得到如图 1 - 6 所示的信号。

```
>> fm1=fmlin(256, 0, 0.50);
>> am1=amguass(256);
>> sig1=am1. * fm1;
>> subplot(221); plot(real(sig1));
```

这里默认信号中心位于时间区间中心(256/2=128)，时间散布 $t=32$。如果想让时间中心位于另一位置 t_0，则只需用 amgauss(256, t_0)取代 am1 即可。

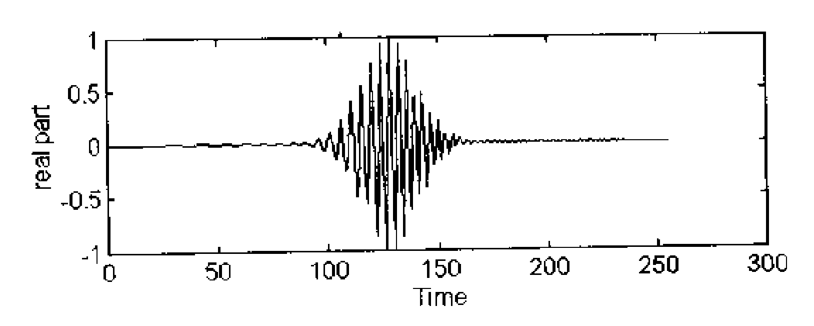


图 1-6 线性调频脉冲信号与高斯调幅信号相乘的结果图

【例 4】 将一个常值调频信号与一个从 $t=100$ 开始的单侧指数窗函数相乘，得到如图 1-7 所示的信号。

```
>> fm2=fmconst(300, 0.2) ;
>> am2=amexpols(300, 100);
>> sig2=am2. * fm2;
>> subplot(221); plot(real(sig2));
```

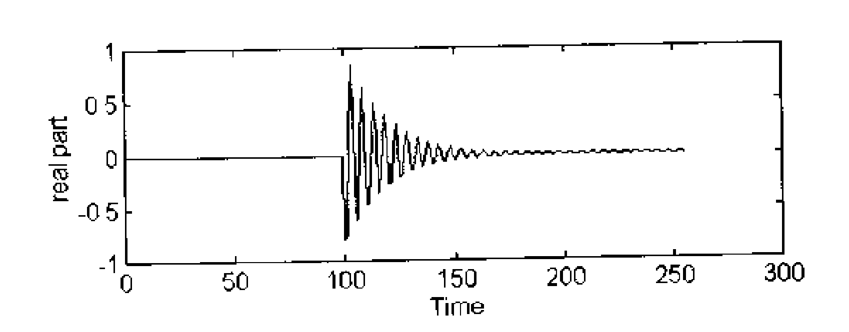


图 1-7 常值调频信号与单侧指数窗函数相乘的结果图

【例 5】 利用 M 文件 doppler.m 产生一个由固定观测点接收移动目标发射的纯频信号的模型。

```
>> [fm3, am3]=doppler(300, 200, 4000/60, 10, 50);
>> sig3=am3. * fm3;
>> subplot(221); plot(real(sig3));
```

此例可接收一个速度为 50 m/s 的运动目标(比如说是一辆汽车)，在 10 m 远的地方向观测者(假设是雷达)作直线运动时所发送的信号。汽车发动机的转动频率是4000 r/min，雷达的采样频率为 200 Hz。模型结果如图 1-8 所示。

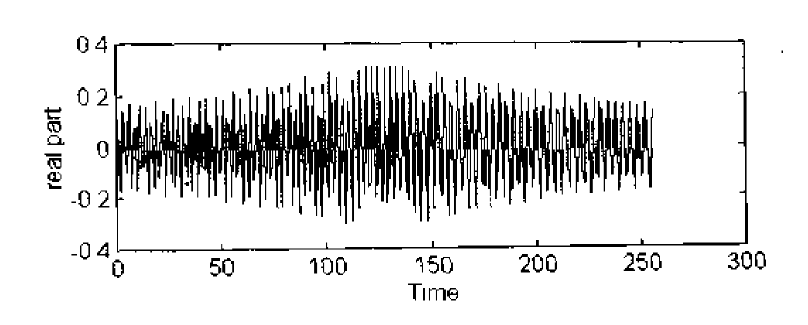


图 1 - 8　纯频信号模型图

为了获得更加真实的物理信号的模型，我们需要在这个信号中加入复值噪声，因此，时频分析工具箱提供了两个 M 文件：noisecg.m 和 noisecu.m。前者产生一个高斯复值白噪声或高斯有色噪声，后者则产生一个标准的复值白噪声。例如，我们将一个高斯复值有色噪声加到 sig1 上，信噪比为－10 dB，结果如图 1 - 9 所示。

```
>> noise=noisecg(300, 0.8);
>> sign=sigmerge(sig1, noise, -10);
>> subplot(221); plot(real(sign));
```

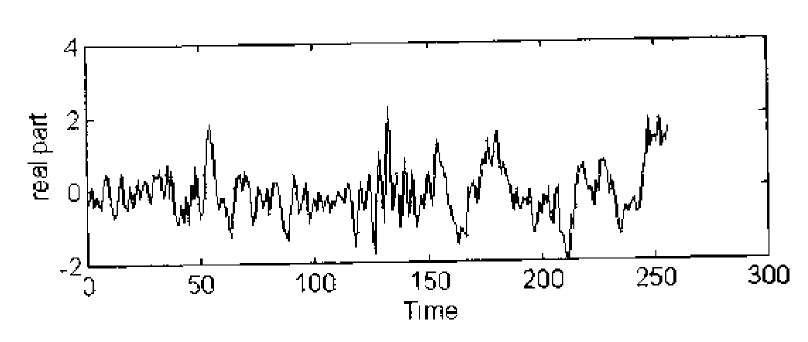


图 1 - 9　包含高斯复值有色噪声的线性调频脉冲信号与高斯调幅信号的相乘结果图

由图 1 - 9 可见，我们几乎不能从噪声中感觉到确定性信号 sig1 的存在。

1.2.7　多成分非平稳信号

瞬时频率的概念隐含着这样的假设：在每一时刻仅有一个频率成分存在。群延迟中也有类似的假设：给定的频率集中在某一时刻。因此，如果这些假设不成立，那么对绝大多数多成分信号使用瞬时频率和群延迟获得的结果是没有意义的。

【例 6】 我们考虑两个线性调频脉冲信号的叠加：

```
>> N=128; x1=fmlin(N, 0, 0.2); x2=fmlin(N, 0.3, 0.5);
>> x=x1+x2; ifr=instfreq(x); subplot(211); plot(ifr);
>> fn=0: 0.01: 0.5; gd=sgrpdlay(x, fn);
>> subplot(212); plot(gd, fn);
```

在每一时刻 t，一个理想的时频描述应该能反映出具有相同幅度的不同频率。利用瞬时频率和群延迟获得的结果明显不同，说明两者是互不相关的，结果如图 1 - 10 所示。

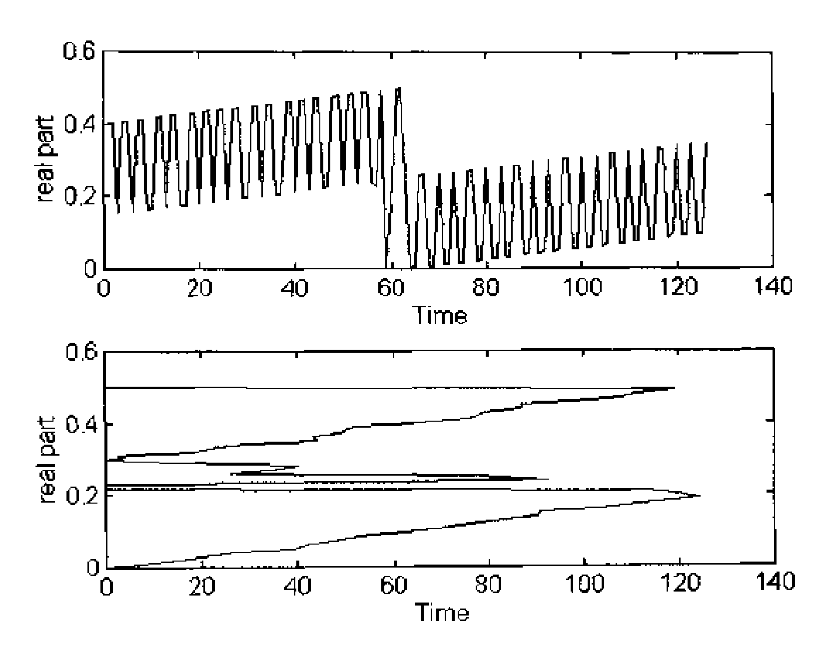


图 1－10 线性调频脉冲信号的瞬时频率和群延迟

所以，要想表达出所有的非平稳信号，仅使用诸如瞬时频率和群延迟这些一维描述是不够的，必须深入到二维联合描述，这样即使是对于局限于时域或者频域而不能得到期望的信息，我们仍然能够获得该现象的大致轮廓，并加强对这个描述的理解。

我们举一个例子来说明“时频分析到底能得到什么”这个问题。利用命令：

```
>> tfrstft(x);
```

对上例中的信号 x 进行短时傅里叶变换，得到如图 1－11 所示的结果。

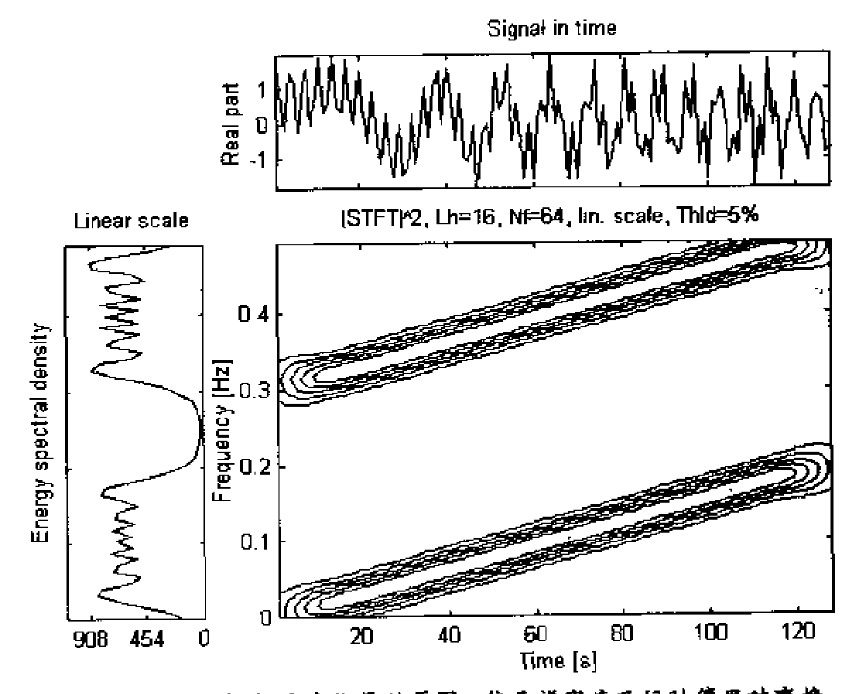


图 1－11 线性调频脉冲信号的原图、能量谱密度及短时傅里叶变换

从图 1－11 中可以清楚地看到两个频率成分，它们分别位于两个调频信号的轨迹附近。

1.3　第一类分析方法：核函数分解

前面我们已经看到，由于 FT 是在整体上将信号分解为不同的频率分量，缺乏局域性信息，即它不能告诉我们某种频率分量发生在哪些时间内，而这一点对非平稳信号来说是十分重要的，因面 FT 不适合对非平稳信号进行分析。瞬时频率和群延迟的概念同样也不适合许多非平稳信号的分析，这是因为非平稳信号(尤其是噪声信号)中包含不止一种基本成分，所以一维函数的分析方法就显得不够充分，必须考虑以时间和频率为变量的二维函数。

对非平稳信号的第一类时频描述方法是核函数分解法(atomic decomposition，也称为线性时频描述)。为引入这一概念，我们先从具有直观解释的短时傅里叶变换开始介绍。

1.3.1　短时傅里叶变换

1. 定义

为了使 FT 与时间联系起来，一个简单而又直观的方法是对信号 $x(u)$进行加窗处理，再计算其 FT。对每一时刻都进行这种处理，结果就是短时傅里叶变换，即

$$F_x(t, v; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)h^*(u-t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vu}\,\mathrm{d}u$$

这里 $h(t)$是以 $t=0$，$r=0$ 为中心的短时分析窗。信号 $x(u)$与短时窗 $h^*(u-t)$相乘可以有效地抑制分析时刻 $u=t$ 的邻域外的信号，所以 STFT 是信号 $x(u)$在时刻 t 的邻域内的局部频谱。假定短时窗能量有限，由公式

$$x(t) = \frac{1}{E_h}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} F_x(u, \xi; h)h(t-u)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi t\xi}\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}\xi$$

可知，STFT 是可逆的。这个关系式表明：整个信号可以分解为基本函数的加权和的形式，这些基本函数可以被看作是“砖块”或者“核”。每个“核”可由窗函数 $h(t)$的时域或频域变换得来，这种时域或频域的变换群称为 W－H 群(Weyl－Heisenberg group)。STFT 也可以通过信号谱和窗函数谱的形式来表示，即

$$F_x(t, v; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\xi)H^*(\xi-v)\exp[\mathrm{j}2\pi(\xi-v)t]\,\mathrm{d}\xi$$

这里 X 和 H 分别为 x 和 h 的 FT。因此，信号 x 的 STFT－$F_x(t, v; h)$也可以看成是信号 $x(u)$通过一个频率响应为 $H^*(\xi-v)$的带通滤波器后得到的结果，而 $H^*(\xi-v)$可以由一个基本滤波器 $H(\xi)$转化而来。所以，STFT 类似于具有固定带宽的带通滤波器。

2. STFT 的几个性质

由定义不难验证，STFT 具有时间和频率的移不变性，即

$$y(t) = x(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v_0 t} \Rightarrow F_y(t, v; h) = F_x(t, v-v_0; h)$$

$$y(t) = x(t-t_0) \Rightarrow F_y(t, v; h) = F_x(t-t_0, v; h)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi t_0 v}$$

信号 $x(t)$可以由具有综合窗 $g(t)$的 STFT 构成，$g(t)$不同于分析窗 $h(t)$，即

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} F_x(u, \xi; h)g(t-u)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi t\xi}\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}\xi$$

这里要求窗函数 $g(t)$和 $h(t)$满足如下限制条件：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(t)h^*(t)\mathrm{d}t = 1$$

3. 时间和频率分辨率

STFT 的时间分辨率可以通过令 x 为一个 δ 脉冲来获得：

$$x(t) = \delta(t - t_0) \Rightarrow F_x(t, v; h) = \exp[-\mathrm{j}2\pi t v_0]h(t - t_0)$$

这样，它就与分析窗 $h(t)$的有效持续时间成比例。同样，为了获得 STFT 的频率分辨率，我们可以考虑复正弦函数(在频域里是一个 δ 脉冲)：

$$x(t) = \exp[\mathrm{j}2\pi t v_0] \Rightarrow F_x(t, v; h) = \exp[-\mathrm{j}2\pi t v_0]H(v - v_0)$$

STFT 的频率分辨率与分析窗 $h(t)$的有效带宽成比例。STFT 在时间分辨率和频率分辨率之间有一个折衷：一方面，好的时间分辨率结果需要较短的 $h(t)$；另一方面，好的频率分辨率结果需要带宽较窄的滤波器，也就是较长的 $h(t)$，但是这二者不可能同时满足。产生此限制条件的原因是 H－G 不等式。

我们来考虑两个例子。

【例 7】 设 $x(t)$为一个经过高斯调幅的线性调频脉冲信号，取 $h(t)$为 δ 脉冲：

$$h(t) = \delta(t) \Rightarrow F_x(t, v; h) = x(t)\exp[-\mathrm{j}2\pi v t]$$

计算其 STFT，得到图 1－12 所示结果。其命令如下：

```
>> x=real(amgauss(128). * fmlin(128));
>> h=1;
>> tfrstft(x, 1: 128, 128, h);
```

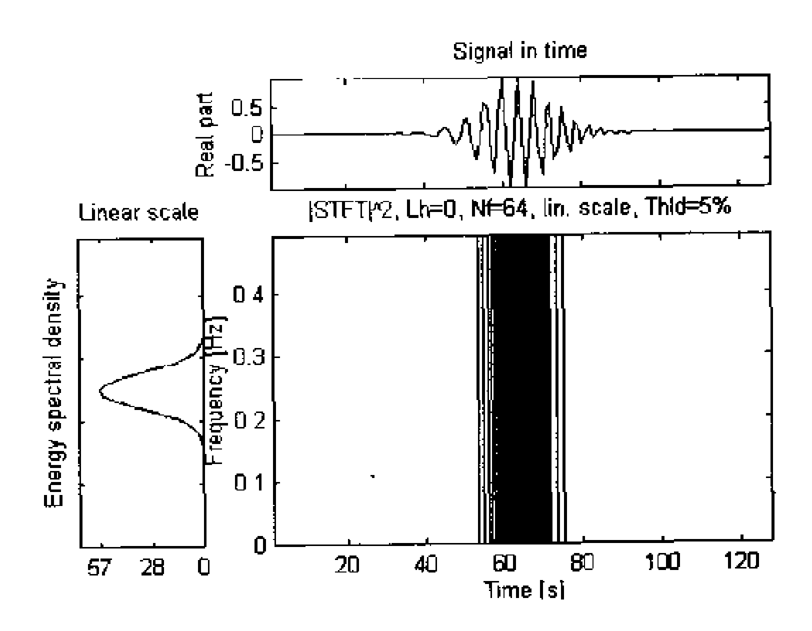


图 1－12 经过高斯调幅的线性调频脉冲信号的 STFT

由例 7 可见，$x(t)$的 STFT 在时域内被很好地局域化了，能得到较好的时间分辨率，但却不能反映任何频率信息。

【例 8】 信号仍采用例 7 的信号，但取常值窗作为窗函数，设常值窗为

$$h(t)=1\ (H(v)=\delta(v))\Rightarrow F_x(t,\ v;\ h)=X(v)$$

图 1－13 为 $x(t)$的 STFT 的结果。图 1－13 具有很好的频率分辨率，但不能提供任何时间的分辨率结果。其命令如下：

```
>> h=ones(127, 1);
>> tfrstft(x, 1: 128, 128, h);
```

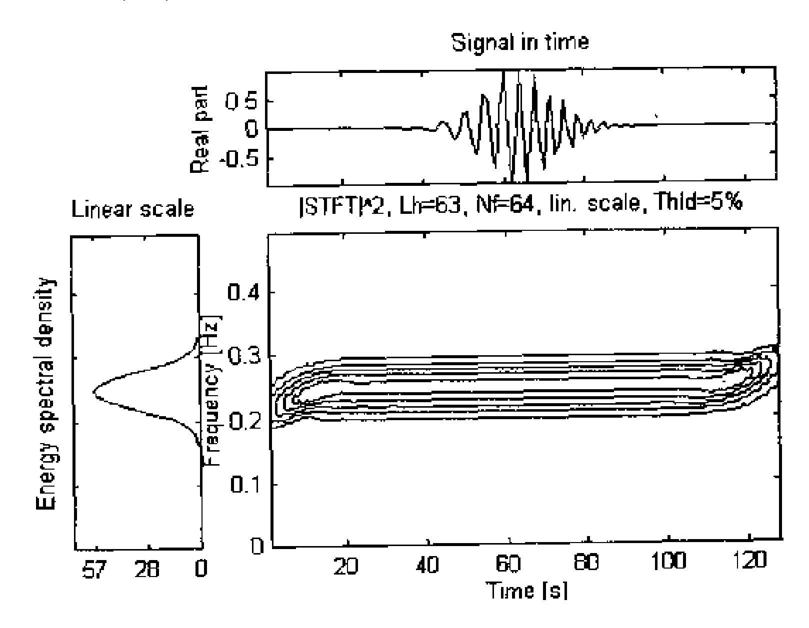


图 1－13　窗函数为常值的线性调频脉冲信号的 STFT

此例获得的结果 $F_x(t,\ v;\ h)$并不是真正的 $X(v)$，原因是窗函数 $h(t)$不具有无限持续时间，这样就会产生一些副作用。

为了说明分析窗的形状和长度对变换结果的影响，用 M 文件 atoms.m 产生两个频率相同，但到达时间不同的瞬态信号。

```
>> sig=atoms(128, [45, 0.25, 32, 1; 85, 0.25, 32, 1]);
```

采用 65 点汉明(Hamming)分析窗得到的结果如图 1－14 所示。

```
>> h=window(65, 'hamming');
>> tfrstft(sig, 1: 128, 128, h);
```

由图 1－14 可以看出频率分辨率结果相当好，但要想从时间上区分两个信号则几乎是不可能的。

再看看采用 17 点短汉明分析窗得到的结果(图 1－15)。

```
>> h=window(17, ; 'hamming');
>> tfrstft(sig, 1: 128, 128, h);
```

由图 1－15 可以看出，采用较少点的汉明分析窗所产生的频率分辨率结果更差，但时间分辨率结果则足以区分出两个信号成分。

关于窗函数的选择问题，请参考文献[3]。

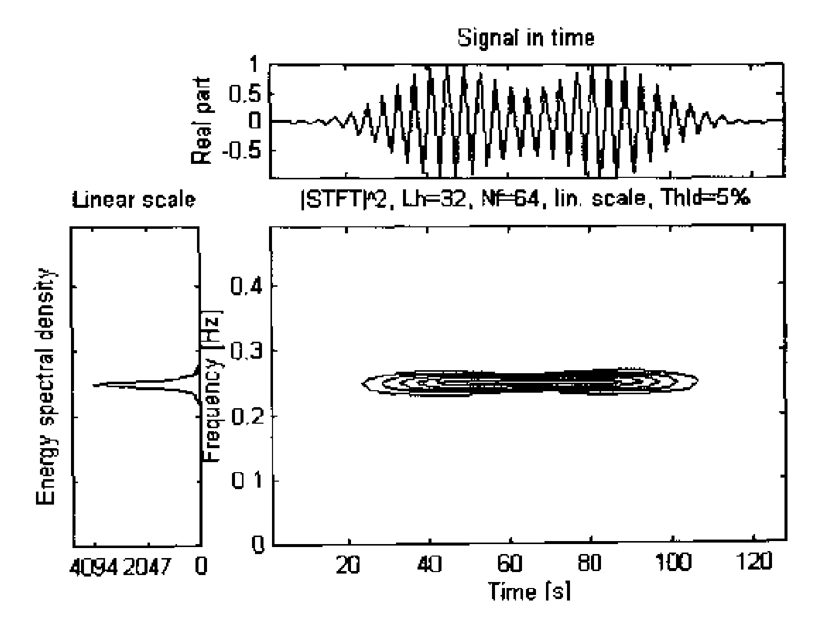


图 1－14 采用 65 点的汉明分析窗得到的瞬态信号 STFT

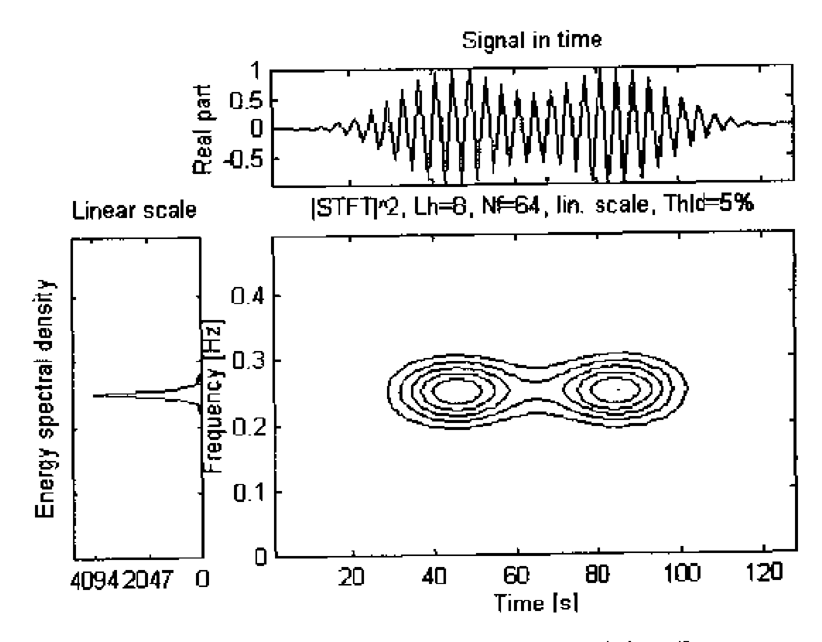


图 1－15 采用 17 点的短汉明分析窗得到的瞬态信号 STFT

1.3.2 时间尺度分析和小波变换

MATLAB 中的小波工具箱函数主要是用于解决时间尺度分析和小波变换的，这里给出对理解本书后面内容有帮助的几个基本概念。

1. 定义和解释

连续小波变换(CWT)的基本思想是在一个零均值的函数族上对信号 x 进行分析处理，这个函数族是由一个基函数(母小波)通过展缩和平移转化而来的。CWT 由下式给出：

$$T_x(t, a; \Psi) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(s)\Psi_{t,a}^*(s)\, ds$$

$$\Psi_{t,a}(s) = |a|^{-\frac{1}{2}}\Psi\left(\frac{s-t}{a}\right)$$

变量a是尺度因子。如果取$|a|>1$，则对Ψ进行扩展；如果取$|a|<1$，则对Ψ进行压缩。由定义可知，小波变换是采用时间尺度表示的，而不是时频表示。但是对于尺度因子$a=1$的信号，可以表示为在非零频率v_0的邻域内被很好局域化的小波，当$v=v_0/a$时，该信号也可采用时频表示。

WT与STFT的基本区别在于：当尺度因子a改变时，小波的时宽和带宽均发生变化，但其形状和大小却是相同的。相比而言，STFT使用固定的分析窗，而CWT的窗函数则是变化的，在低频时用宽窗，高频时用窄窗，这样处理可以部分地避免STFT分析的不足，在CWT分析中，带宽B与v成正比，即

$$\frac{B}{v} = Q \qquad Q\text{为常数}$$

我们称之为定Q分析。

和STFT一样，WT也可以解释为(对每一分析频率f)用中心频率为f的带通滤波器对信号$x(t)$进行滤波的结果。直观上，当小波分析被视为一个滤波器组时，时间分辨率必须随分析滤波器中心频率的提高而提高，因此，我们可以允许Δf与f成正比，即

$$\frac{\Delta f}{f} = C \qquad C\text{为常数}$$

在STFT中，带通滤波器的带宽与分析频率或中心频率f无关。相反，WT带通滤波器的带宽与f成正比。或者说，如上式所暗示的那样，WT带通滤波器的带宽与滤波器的品质因子(即中心频率/带宽)及频率f无关。

2. 几个性质

(1) 伸缩移不变性，即

$$y(t) = \sqrt{|a_0|}\,x(a_0(t-t_0)) \Rightarrow T_y(t,a;\Psi) = T_x\left(a_0^*(t-t_0),\frac{a}{a_0};\Psi\right)$$

(2) 信号$x(t)$可由其CWT进行重构，公式如下：

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} T_x(s,a;\Phi)\Psi_{s,a}(t)\,\mathrm{d}s\,\frac{\mathrm{d}a}{a^2}$$

这里Φ是一个综合小波，满足如下容许条件：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\Psi(v)\Phi^*(v)\,\frac{\mathrm{d}v}{|v|} = 1$$

(3) 就像在STFT中的情形一样，WT中的时间和频率分辨率也是通过H-G不等式联系起来的。然而在CWT中，时间和频率分辨率都依赖于频率，随着频率的增加，频率分辨率结果变得越来越糟，而时间分辨率结果则越来越好。

1.3.3 离散化表示

1. 离散STFT

为减小连续STFT的冗余度，我们可以在时频面内对STFT进行采样。由于所用的核函数可以通过$h(t)$在时域和频域的变换得到，因此对STFT的采样自然是在时频面内的矩形格上进行的。

$$F_x[n, m; h] = F_x(nt_0, mv_0; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)h^*(u - nt_0)\exp[-j2\pi mv_0 u]du$$

其中，$m,n\in Z$，Z 为整数。余下的问题就是在不损失任何信息的条件下，合理地选择 t_0 和 v_0，使冗余度最小。为此，必须满足 $t_0\times v_0\leqslant 1$，这样，核函数 h_{nt_0, mv_0} 就构成了一个非标准正交(non-orthonormal)基族的离散过采样，这种非标准正交基族称为"框架"(frame)。当 $t_0\times v_0>1$ 时，时频面不能由 h_{nt_0, mv_0} 充分覆盖，也就是说，相邻的"核"之间有间隔。

当 $t_0\times v_0=1$ 时，如果选择合适，核函数族可以构成标准正交基。但业已表明，要获得这样一个在时域和频域都能很好地局域化的基函数几乎是不可能的。因此，对于一个局域化性质很好的窗函数 $h(t)$ 来说，重构公式在数值上是不稳定的。

在离散情况下，由 STFT 得到的信号重构公式如下：

$$x(t) = \sum_n \sum_m F_x[n, m; h]g_{n,m}(t) \qquad m, n \in Z$$

这里，$g_{n,m}(t)=g(t-nt_0)\exp[j2\pi mv_0 t]$。如果采样周期 t_0、频率 v_0、分析窗 h 和综合窗 g 的选择满足如下关系式：

$$\frac{1}{v_0}\sum_n g\left(t + \frac{k}{v_0} - nt_0\right)h^*(t - nt_0) = \delta_k \qquad n \in Z$$

其中 δ_k 定义为

$$\delta_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

那么重构公式才是有效的。这个条件比连续情况下的限制条件 $\int_{-\infty}^{+\infty} g(t)h^*(t)dt = 1$ 要严格得多。

对于一个采样周期为 T 的采样信号 $x(n)$ 来说，t_0 的选取必须满足 $t_0=kT$，$k\in N^+$，这样我们就有如下的分解和综合公式：

$$F_x[n, m; h] = \sum_k x[k]h^*[k - n]\exp[-j2\pi mk] \quad -\frac{1}{2}\leqslant m\leqslant\frac{1}{2}, \quad k\in Z \tag{1.1}$$

$$x[k] = \sum_n \sum_m F_x[n,m;h]g[k - n]\exp[j2\pi mk] \qquad m,n \in Z \tag{1.2}$$

利用快速傅里叶算法，我们可以有效地使用这两个公式。

2. Gabor 表示

在离散情况下，STFT 的重构公式由下式给出：

$$x(t) = \sum_n \sum_m F_x[n, m; h]g_{n,m}(t) \qquad m,n \in Z$$

式中 $g_{n,m}(t)=g(t-nt_0)\exp[j2\pi mv_0 t]$ 为 Gabor 基函数。最初，Gabor 表示选择高斯窗为综合窗 $g(t)$，因为它在时频面内具有最好的聚集性，但现在我们说任何归一化的窗函数 g 都是 Gabor 窗函数。

核函数 $g_{n,m}(t)$ 称为 Gabor 基函数，系数 $F_x[n, m; h]$ 称为 Gabor 系数，Gabor 系数在后文中被记作 $G_x[n,m]$。每个系数都包含着信号在点(nt_0, mv_0)附近与时间和频率有关的信息。基函数 $g_{n,m}(t)$ 与时频面中以(nt_0, mv_0)为中心的矩形单元区域相关联。

那么 Gabor 基是不是完备的呢？前面我们已经看到，Gabor 基完备性的一个必要但不充分的条件是：$t_0v_0\leqslant 1$（在临界采样情况下为 $t_0v_0=1$ ）。Gabor 基是线性无关的，但通常并

不是正交的，这就是说 Gabor 系数 $G_x[n, m]$并不是简单地 $x(t)$在相应的基函数 $g_{n,m}(t)$上的映射，也就是说，综合窗 g 和分析窗 h 是不可能相同的。如果窗函数 g 和 h 是正交的，即满足如下条件：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_{n,m}(t)h^*_{n',m'}(t)\,\mathrm{d}t = \delta_{n-n'}\delta_{m-m'}$$

我们在理论上就可以得到这个问题的答案。这样利用式(1.1)我们就可以计算 Gabor 系数，利用式(1.2)对信号 $x(t)$进行重构(给定综合窗 g，要计算分析窗 h，可以使用 Zak 变换，这也是文件 tfrgabor 中所用的方法。文件 zak.m 可以用来计算 zak 变换)。从实际应用的观点来看，这个方法并不完全令人满意，因为双正交窗 h 的计算在数值上是不稳定的。为了使计算数值可靠，通常的作法是：在一定程度上采用过采样($t_0v_0<1$)来提高 Gabor 系数的冗余度，以平滑双正交窗 h。

Gabor 表示的详细内容请参考有关文献。

3. 离散小波变换(DWT)

就小波变换而言，对时频面采样的一种很自然的方法就是用非均匀格点来采样，格点的定义如下：

$$(t, a) = (nt_0a_0^{-m}, a_0^{-m}) \qquad t_0 > 0, a_0 > 0, m,n \in Z$$

相应地，DWT 定义如下：

$$T_x[n, m; \Psi] = a_0^{m/2}\int_{-\infty}^{+\infty} x(u)\Psi^*_{n,m}(u)\,\mathrm{d}u \qquad m,n \in Z$$

$$\Psi_{n,m}(u) = \Psi(a_0^{m/2}u - nt_0)$$

为了使小波变换具有可变化的时间和频率分辨率，以适应待分析信号的非平稳性，我们很自然地需要改变 a 和 t 的大小，以使小波变换具有“变焦距”的功能。也就是说，在实际应用中采用的是动态的网格。最常用的是二进制的动态网格：$a_0=2$，$t_0=1$，对应的离散化小波为

$$\Psi_{n,m}(u) = 2^{-m/2}\Psi(2^{-m}u - n)$$

二进制小波对信号的分析具有变焦距作用。假定开始选择的放大倍数为 2^{-j}，它对应观测到信号的某部分内容，如果想进一步观看信号更小的细节，就需要增大放大倍数即减小 j 的值；反之，若想了解信号更粗的内容，则可减小放大倍数即加大 j 的值。在这个意义上小波变换被称为数学显微镜。

1.3.4 从核分解到能量分布

前面所给出的时频表示都是将信号分解为基本成分之和的形式，这些基本成分(即核)在时域和频域内具有很好的局域化性质。这些时频表示属于信号的线性变换。

另外一种表示方法是信号的能量时频分布，它是信号的二次变换，我们将在下一节中对它进行详细介绍。下面我们首先讨论频谱图和尺度图，作为从核分解方法到能量分布方法的自然过渡。

1. 频谱图

对 STFT 的模值取平方，得到局部加窗信号 $x(u)h^*(u-t)$的能量谱密度：

$$\mathrm{SPEC}_x(t,v)=\left|\int_{-\infty}^{+\infty}x(u)h^*(u-t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vu}\mathrm{d}u\right|^2$$

这就是频谱图的定义。它是一个实值非负分布，满足下面的能量分布性质：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{SPEC}_x(t,\ v)\mathrm{d}t\mathrm{d}v=E_x$$

这样我们就可以将频谱图解释为在时频域中以(t,v)为中心的信号能量的测度，其形状与(t,v)无关。

频谱图的几个性质：

(1) 时间、频率的移不变性，即

$$y(t)=x(t-t_0)\Rightarrow S_y(t,v)=S_x(t-t_0,\ v)$$

$$y(t)=x(t)\exp[\mathrm{j}2\pi v_0t]\Rightarrow S_y(t,v)=S_x(t,v-v_0)$$

(2) 时-频分析。频谱图是 STFT 模值的平方，所以其时间和频率分辨率与 STFT 面临同样的问题。它实际上也是时间分辨率和频率分辨率的折衷考虑。这个性质是使用频谱图对信号进行时频分析的一个主要缺点。

(3) 相干结构。同样，由于频谱图是二次型(双线性)时频表示，因面两个信号之和的频谱图并不是两个信号的频谱图之和，即

$$y(t)=x_1(t)+x_2(t)\Rightarrow S_y(t,v)=S_{x_1}(t,v)+S_{x_2}(t,v)+2\mathscr{R}\{S_{x_1,x_2}(t,v)\}$$

式中，$S_{x_1,x_2}(t,v)=F_{x_1}(t,v)F_{x_2}^*(t,v)$，是信号$x_1$和$x_2$的互频谱图；$\mathscr{R}\{*\}$表示取$\{*\}$的实部。频谱图所产生的相干项(即$S_{x_1,x_2}(t,v)$)仅局限于相应的自时频表示$S_{x_1}(t,v)$和$S_{x_2}(t,v)$重叠的部分，因此，如果两个信号相距足够远，它们的频谱图没有显著的重叠，则$S_{x_1,x_2}(t,v)$近似等于零。

2. 尺度图

另外一个与频谱图相似的分布是尺度图，它是利用小波变换来定义的。由于 CWT 与标准正交基分解相似，因面满足：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|T_x(t,a;\ \Psi)|^2\,\mathrm{d}t\,\frac{\mathrm{d}a}{a^2}=E_x$$

式中E_x为信号x的能量。这就启发我们用 CWT 的模值的平方来定义信号x的尺度图，即

$$\mathrm{SCAL}_x(t,a)=|T_x(t,\ a;\ \Psi)|^2$$

它是信号在时间-尺度平面上的能量分布，这种分布与测度$\mathrm{d}t\mathrm{d}a/a^2$相关。尺度图的时间和频率分辨率是和 H-G 不确定原理联系起来的。时间和频率分辨率依赖于所考虑的频率。

与频谱图一样，尺度图的相干项也仅局限于时频面内信号项发生重叠的区域，因此，如果两个信号成分相隔足够远，那么相干项将为零。

1.3.5 小结

这一节我们首先讨论了非平稳信号的第一类时频分布，这些分布都是在一些基本信号(即核)的基础上对信号进行分解的，这些基本信号在时域和频域内能被很好地局域化。STFT 和 WT 是这种分析方法的两个很典型的例子。接着，在考察了这些分布的性质后，我们讨论了它们在离散情形下的公式。最后，通过对有关频谱图、尺度图知识点的介绍，

使我们能够很自然地从核分解表示过渡到能量分布类表示。

1.4 第二类分析方法：能量分布

信号在时域和频域的能量可以表示为

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(v)|^2 \, dv \tag{1.3}$$

式中 $|x(t)|^2$ 和 $|X(v)|^2$ 分别为信号在时域和频域的能量密度，同理，信号在时频域内的能量可表示为

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, v) \, dt \, dv \tag{1.4}$$

式中 $\rho_x(t, v)$ 为信号的联合时间频率密度，$\rho_x(t, v)$ 是信号的二次函数，时频能量分布通常具有二次型的形式。

能量分布还应该满足以下的边缘性质(marginal properties)：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, v) \, dt = |X(v)|^2 \tag{1.5}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho_x(t, v) \, dv = |x(t)|^2 \tag{1.6}$$

本节的主要内容请参考有关文献。

1.4.1 Cohen 类

由于不止一种分布满足性质式(1.4)、(1.5)、(1.6)，所以我们可以对 $\rho_x(t, v)$ 提出某些附加的限制条件，使它能满足其他我们所期望的性质。在这些性质中，具有移不变性是很重要的。Cohen 类就是具有移不变性的时频分布类，它是这一节的主要内容，其定义将在本节中稍后处给出。

前文所述频谱图是二次型的，满足时移和频移不变性以及能量守恒性，它是 Cohen 类的一个元素。这种取核分解结果的平方来定义二次型的表示方法有一定的局限性和不确定性，其缺点之一就是不满足边缘性质式(1.5)和(1.6)。

1. 魏格纳—维尔(Wigner－Ville)分布

在时频能量分布中，人们最感兴趣的是 Wigner－Ville 分布(简记为 WVD)。定义 WVD 为

$$W_x(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi v\tau} \, d\tau \tag{1.7}$$

或者等价定义为

$$W_x(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} X\left(v + \frac{\xi}{2}\right) X^*\left(V - \frac{\xi}{2}\right) e^{j2\pi\xi t} \, d\xi$$

表达式(1.7)可以看作是某种能量分布特征函数的傅里叶变换。

Wigner－Ville 分布满足许多期望的数学性质，总结如下：

P1 $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, v) \, dt \, dv$ 　　信号总能量

P2 $\begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, v)\,\mathrm{d}t = |X(v)|^2 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, v)\,\mathrm{d}v = |X(t)|^2\end{cases}$ 边缘特性

P3 $W_x(t, v) \in R \quad \forall\, t, v$ 实例性

P4 $\begin{cases}y(t) = x(t - t_0) \Rightarrow W_y(t, v) = W_x(t - t_0, v) \\ y(t) = x(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v_0 t} \Rightarrow W_y(t, v) = W_x(t, v - t_0)\end{cases}$ 时移和频移不变性

P5 $y(t) = \sqrt{k}\,x(kt) \quad k > 0 \Rightarrow W_y(t, v) = W_x\left(kt, \frac{v}{k}\right)$ 时频伸缩性

P6 $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - s)x(s)\,\mathrm{d}s \Rightarrow W_y(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_h(t - s, v)W_x(s, v)\,\mathrm{d}s$

卷积性

P7 $y(t) = m(t)x(t) \Rightarrow W_y(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, v - \xi)W_x(t, \xi)\,\mathrm{d}\xi$ 乘积性

P8 $\begin{cases}x(t) = 0 \quad |t| > T \Rightarrow W_x(t, v) = 0 \quad |t| > T \\ X(v) = 0 \quad |v| > B \Rightarrow W_x(t, v) = 0 \quad |t| > T\end{cases}$ 有限时间和频率支撑

P9 $\left|\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)\,\mathrm{d}t\right|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, v)W_y^*(t, v)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v$ 幺正性

P10 $f_x(t) = \dfrac{\int_{-\infty}^{+\infty} vW_{x_a}(t, v)\,\mathrm{d}v}{\int_{-\infty}^{+\infty} W_{x_a}(t, v)\,\mathrm{d}v}$ （x_a 是信号 x 对应的解析信号） 瞬时频率

P11 $t_x(v) = \dfrac{\int_{-\infty}^{+\infty} tW_{x_a}(t, v)\,\mathrm{d}t}{\int_{-\infty}^{+\infty} W_{x_a}(t, v)\,\mathrm{d}t}$ 群延迟

P12 $x(t) = \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v_x(t)t} \quad v_x(t) = v_0 + 2\beta t \Rightarrow W_x(t, v) = \delta(v - (v_0 + \beta t))$

线性 chirp 信号的完全局部化

下面我们来看两个例子。

【例 9】 第一个信号是我们曾经考虑过的线性调频脉冲信号，利用时频工具箱中的 M 文件 tfrwv.m 我们可以得到其 WVD，如图 1 - 16 所示。

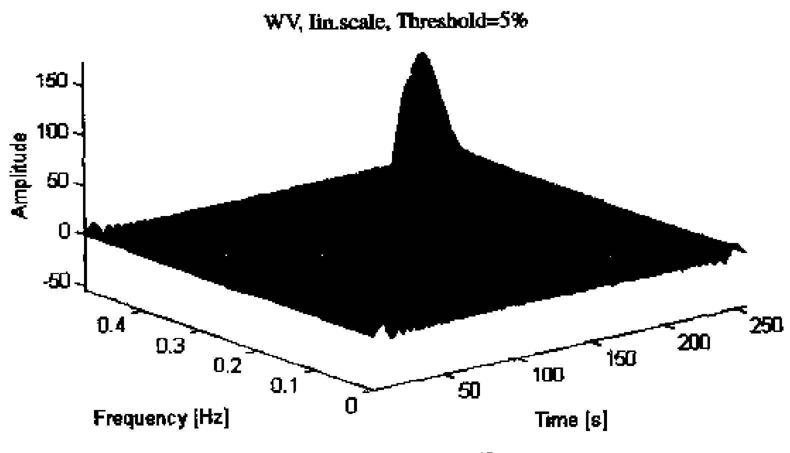


图 1 - 16 线性调频信号的 WVD

```
>> sig=fmlin(256);
>> tfrwv(sig);
```

如果用三维图来表示它，我们发现它可以取负值。这个信号在时频面内得到的局域化结果是相当好的。

【例 10】 第二个信号是多普勒效应中观测者接收到的信号，这个信号可以由时频工具箱中的 M 文件 doppler.m 产生，图 1－17 为这个信号的 WVD 结果。

```
>> [fm, am, iflaw]=Doppler(256, 50, 13, 10, 200);
>> sig=am.*fm;
>> tfrwv(sig);
```

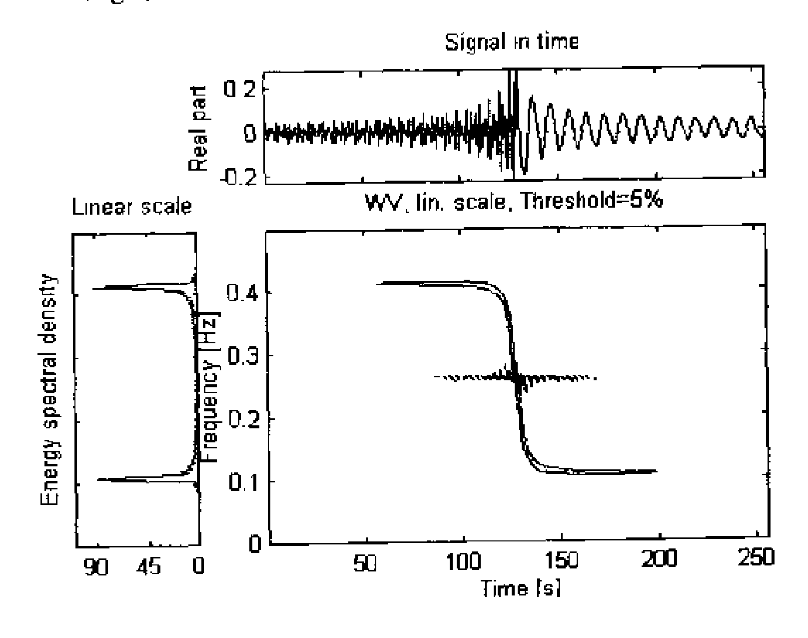


图 1－17　Doppler 信号的 WVD

从图中可以看出，信号的能量并不是按照我们所期望的那样去分布的。尽管信号在时频面内被很好地局域化了，但由于 WVD 的双线性产生了相干项，使得信号在能量本来应该很少的地方出现了较多的能量。后面我们将讨论如何消除这些相干项。

(1) 相干性。由于 WVD 是信号的双线性函数，因而有

$$W_{x+y}(t, v) = W_x(t, v) + W_y(t, v) + 2\mathscr{R}\{W_{x,y}(t, v)\}$$

这里 $W_{x,y}(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)y^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi v\tau}\,d\tau$，它是 x 和 y 的互魏格纳分布，$W_x(t, v)$和 $W_y(t, v)$则称为信号项。推广到具有 N 个信号成分的 WVD，也有类似的结论。为简单起见，我们仅考虑包含两个成分的情形。

与频谱图的相干项不同，无论两个信号项在时频面内的距离有多远，WVD 的相干项都是非零的。它们会与信号项发生重叠，从而不容易对 WVD 图像作出直观的解释。然而，这些相干项必须存在，否则 WVD 许多好的性质(如边像特性、瞬时频率和群延迟、局域化性质等)都不能满足。

(2) 伪魏格纳－维尔分布。在 WVD 的定义式(1.7)中，令

$$q_x(t, \tau) = x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$

此式中的变量τ的取值范围是从$-\infty$到$+\infty$，这在实际中是无法满足的，所以我们常对上式进行加窗处理，这就引出了一种新的分布——伪魏格纳一维尔分布(简记为 PWVD)，即

$$PW_x(t,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(\tau)x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi v\tau}\,d\tau$$

这里$h(t)$是一个矩形窗。

由于 $PW_x(t,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}H(v-\xi)W_x(t,\xi)\,d\xi$ ($H(v)$是$h(t)$的傅里叶变换)，所以上述加窗处理与 WVD 的频率平滑处理等效。这样，与 WVD 中的相干项相比，PWVD 中相干项的振荡会被削弱。但是，PWVD 可读性的提高是由损失 WVD 的许多性质换来的，这些性质包括边缘特性、幺正性(unitarity)、频率支撑保持特性等，另外，这种处理还增加了信号项的频率宽度。

【例 11】 M 文件 tfrpwv.m 用来计算信号的 PWVD，同时可以改变平滑窗的长度和形状。我们来考虑一个由四个高斯核构成的信号，它可以由文件 atoms.m 产生，四个核分别位于矩形的四个角上。

```
>> sig=atoms(128,[32,0.15,20,1; 96,0.15,20,1; 32,0.35,20,1; 96,0.35,20,1]);
```

计算其 WVD，结果如图 1－18 所示。

```
>> tfrwv(sig);
```

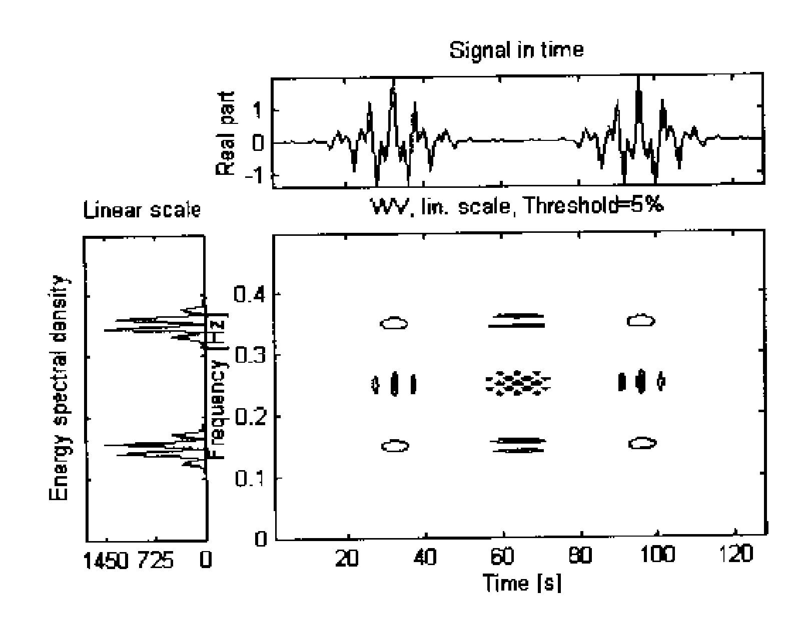


图 1－18 由四个高斯核构成的信号的 WVD

从图 1－18 中可以看出四个信号项和六个相干项(其中两个相关项发生了重叠)。再计算其 PWVD，结果如图 1－19 所示。

```
>> tfrpwv(sig);
```

从图 1－19 中可以看出，与频率轴垂直方向相关项的振荡被大大衰减，同时信号项的频宽也扩展了。

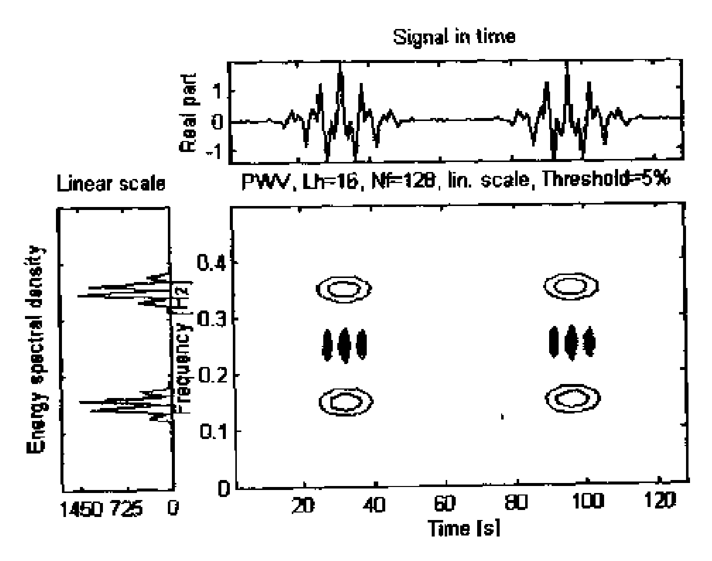


图 1－19　由四个高斯核构成的信号的PWVD

(3) WVD采样与解析信号。信号的WVD具有二次型形式：

$$W_x(t, v) = 2\int_{-\infty}^{+\infty} x(t+\tau)x^*(t-\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi v\tau}\,\mathrm{d}\tau$$

如果以周期 T_e 对信号 x 采样，写成 $x[n]=x(nT_e)$，在时域内的采样点 nT_e 处估计WVD的值，则得到其离散时间连续频率表达式

$$W_x[n,v] = 2T_e\sum_k x[n+k]x^*[n-k]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi vk}$$

这个表达式在频域内是以 $1/(2T_e)$ 为周期的，WVD的离散形式可能会受到频谱伪信号的影响，尤其是当信号 x 是实值信号，且以奈奎斯特采样率采样时更是如此。解决这个问题的办法有两种，其一是对信号进行过采样，其二是利用解析信号。实际上，因为解析信号的带宽只是实信号的一半，所以伪信号将不会在有用的频谱区间[1, 1/2]内产生。同时由于频谱域被一分为二，因此在时频平面内，信号成分的数目也被分成两部分，这样，相干项的数目就会大大减少。我们以由两个核函数组成的信号的实部的WVD为例来说明这一现象，其分析结果如图1－20所示。

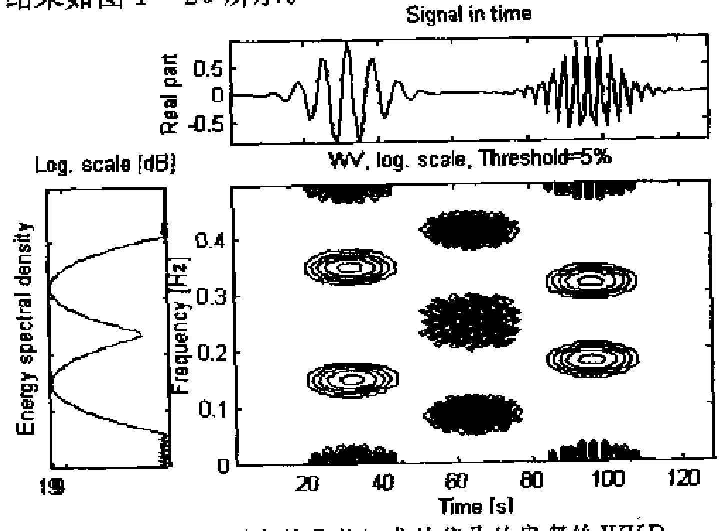


图 1－20　由两个核函数组成的信号的实部的 WVD

```
>> sig=atoms(128, [32, 0.15, 20.1; 96, 0.32, 20, 1]);
>> tfrwv(real(sig));
```

从图中可以看出，由于频谱伪信号的影响，产生了四个信号项，这显然不利于我们正确地识别真正的信号成分。此外，负频率区的信号成分还会导致额外的相干项产生。

如果考虑同一信号的复数形式，即此信号对应的解析信号的 WVD，就可以得到如图 1 - 21 所示的结果。

```
>> tfrwv(sig);
```

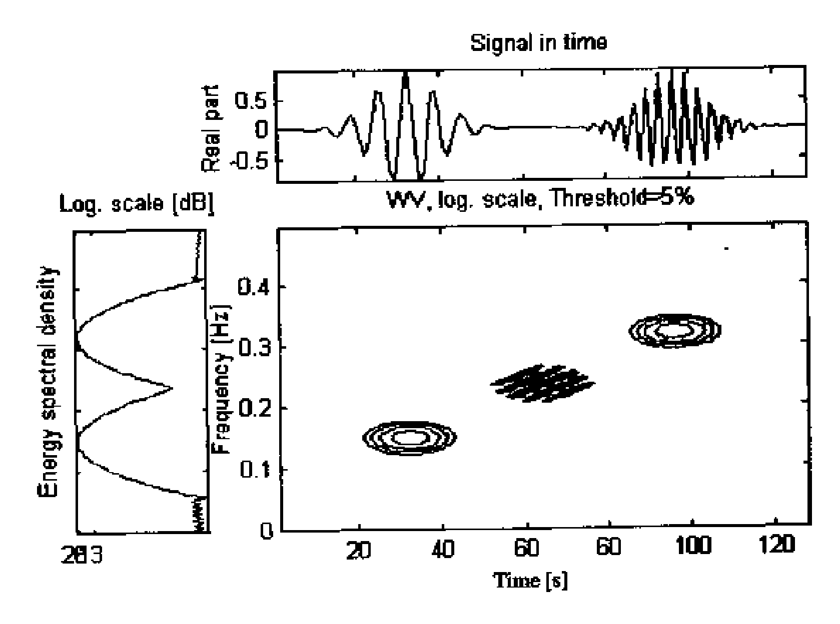


图 1 - 21 由两个核函数组成的信号的对应解析信号的 WVD

2. Cohen 类

在能量时频分布的这些性质中，时移不变性和频移不变性尤为重要。实际上，这两个性质能保证当信号在时域上被延时或在频域上被调制时，其时频分布在时频面内也会发生相同数量的偏移。业已表明，所有被证实具有这两个性质的时频能量分布类都具有以下统一的形式

$$C_x(t, v; f) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi\xi(s-t)} f(\xi,\tau) x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi v\tau} \,d\xi\, ds\, d\tau$$

这里 $f(\xi,\tau)$是二维函数，称之为参函数(parameterization function，也称为权函数)。这种分布类就是 Cohen 类，也可以写成如下形式：

$$C_x(t, v; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(s-t, \xi-v) W_x(s, \xi) \,ds\, d\xi \qquad (1.8)$$

式中 $\Pi(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi,\tau) e^{-j2\pi(v\tau+\xi t)} \,dt\, dv$ 是参数函数 f 的二维 FT。由于 Cohen 类包括了大量现存的能量时频分布，因而其地位就显得非常重要。WVD 当然也是 Cohen 类的一个元素，对应的 $\Pi(t,v) = \delta(t)\delta(v)$ ，也就是 $f(\xi,\tau)=1$。

当 $\Pi(t,v)$ 为平滑函数时，(1.8)式对应的 C_x 可以被解释为 WVD 的平滑形式，这样的分布会使 WVD 中的相干项得到衰减。

在考察不同的平滑函数之前，我们首先来看看采用这种统一表达形式的一些优点：

(1) 选择特定参数函数 f，可以得到已知的绝大部分能量分布。

(2) 在合理的条件下，对分布作出的限制很容易转换成对参数函数的限制。

(3) 可以检查某种特定定义的特性或根据某些特定的条件构造一类解。

下面介绍耦合平滑函数和可分离平滑函数。

耦合平滑(coupled smoothing)：莫耶公式(即 WVD 的性质 P9)表明，可以很容易地将频谱图表示为 WVD 的平滑形式：

$$S_x(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_h(s-t, \xi - v)W_x(s, \xi)\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\xi \tag{1.9}$$

这样频谱图就是 Cohen 类的一个元素，其中 $\Pi(s, \xi)$ 是窗函数 h 的 WVD。这个公式给我们提供了频谱图对时间分辨率和频率分辨率进行折衷的又一种解释：如果选择较短的窗 h，则平滑函数在时域较窄，在频域较宽，从而使时间分辨率较好，而频率分辨率较差；反之亦然。

可分离平滑(separable smoothing)：前述的平滑函数 $\Pi(s, \xi) = W_h(s, \xi)$ 只能由短时窗 $h(t)$ 控制，通过考虑分离平滑函数来增加控制的自由度，即令

$$\Pi(t, v) = g(t)H(-v)$$

可以获得改进的独立平滑控制，所得分布如下：

$$\mathrm{SPW}_x(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\int_{-\infty}^{+\infty} g(s-t)x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}s\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\,\mathrm{d}\tau$$

这个分布称为平滑伪魏格纳分布(SPWVD)。这样频谱图在时间分辨率和频率分辨率之间的折衷就转变为联合时频分辨率和相干项影响程度间的折衷，在时域、频域或时频域上平滑处理程度越高，其时域、频域或时频域上的分辨率就越低。

当我们仅考虑频域上的平滑，即令 $g(t)=\delta(t)$ 时，就得到了 PWVD。

3. 与窄带模糊函数的联系

在雷达信号处理领域，人们特别感兴趣的一种函数是窄带模糊函数(AF)，其定义为

$$A_x(\xi, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(s+\frac{\tau}{2})x^*(s-\frac{\tau}{2})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\xi s}\,\mathrm{d}s$$

这个函数反映了信号的时频相关程度，也就是信号本身和它在时频面上经过平移转换得到的信号的相似程度。与变量 t 和 v 是绝对的时间和频率量不同的是，变量 τ 和 ξ 只是相对量，分别被称为时延和频偏。

AF 通常是复值的，满足如下哈密顿偶对称性：

$$A_x(\xi, \tau) = A_x^*(-\xi, -\tau)$$

窄带 AF 与 WVD 之间存在着重要联系，即 AF 是 WVD 的二维傅里叶变换：

$$A_x(\xi, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t,v)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(v\tau-\xi t)}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v$$

这样，从傅里叶变换的角度来看，AF 与 WVD 是一对互逆变换。下面是三个有关 AF 很有用的性质：

(1) 边缘特性：信号关于时间和频率的自相关函数分别是 AF 沿着 τ 轴和 ξ 轴的截断，即

$$r_x(\tau) = A_x(0, \tau) \qquad R_x(\xi) = A_x(\xi, 0)$$

信号的总能量是 AF 在 $\xi-\tau$ 平面中原点处的值，它是 AF 的最大值。

$$|A_x(\xi,\tau)| \leqslant A_x(0,0) = E_x \qquad \forall\ \xi,\tau$$

(2) 时频移不变性：

$$y(t) = x(t-t_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v_0 t} \Rightarrow A_y(\xi,\tau) = A_x(\xi,\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(v_0\tau - t_0\xi)}$$

(3) 相干项的几何结构：对于多成分信号，其 AF 对应于信号成分的项(称为 AF 信号项)主要位于原点附近，而其相干项(AF 相干项)则离原点有一定的距离，这个距离与时频面中两个信号成分之间的距离成正比。下面我们举一个例子来加以说明。

时频工具箱中的 M 文件 ambifunb.m 的功能就是计算窄带模糊函数，我们利用这个文件来计算一个信号的 AF，这个信号由两个具有高斯幅度的线性调频脉冲信号构成。

```
>> N=64; sig1=fmlin(N, 0.2, 0.5). * amgauss(N);
>> sig2=fmlin(N, 0.3, 0). * amgauss(N);
>> sig=[sig1; sig2];
```

先看一看此信号的 WVD，如图 1-22 所示。

```
>> tfrwv(sig);
```

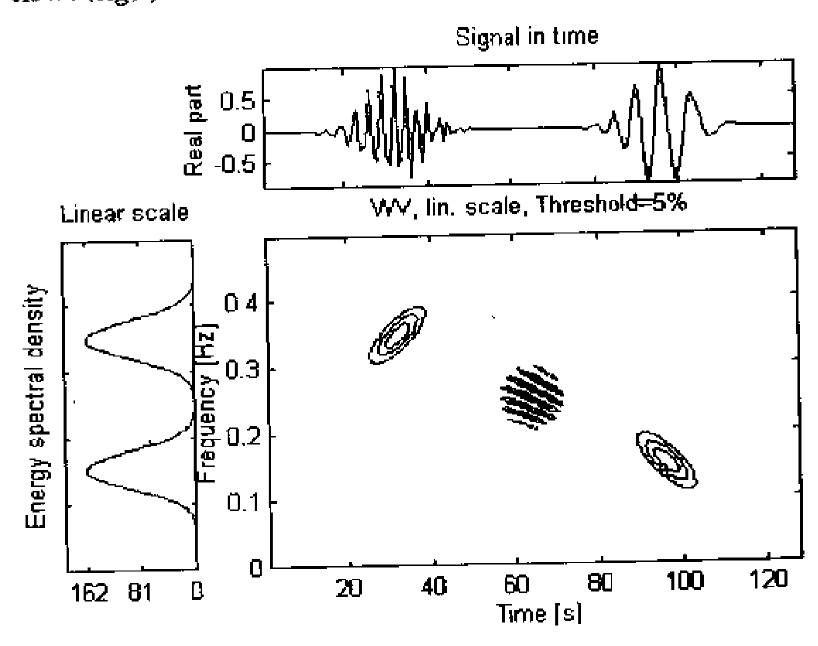


图 1-22 两个具有高斯幅度线性调频脉冲信号构成的信号的 WVD

由图 1-22 我们可以看到两个很明显的信号项，以及在信号项之间振荡的相干项。下面我们再观察此信号的 AF(如图 1-23 所示)。

```
>> ambifrnb(sig);
```

由图 1-23 我们可以清楚地看出，AF 信号项位于原点(图像的中心)附近，而 AF 相干项则离原点有一定的距离。这样，对信号的 AF 在原点处用二维低通滤波器进行滤波，再通过二维傅里叶变换返回到信号的 WVD，将使信号的相干项得到衰减。在 Cohen 类的统一表达式中，二维滤波是通过参数函数 f 来实现的。

Cohen 类统一公式(式 1.8)也可以以模糊函数(AF)的形式等价表示如下：

$$C_x(t,v;f) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi,\tau)A_x(\xi,\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(v\tau+\xi t)}\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\tau \tag{1.10}$$

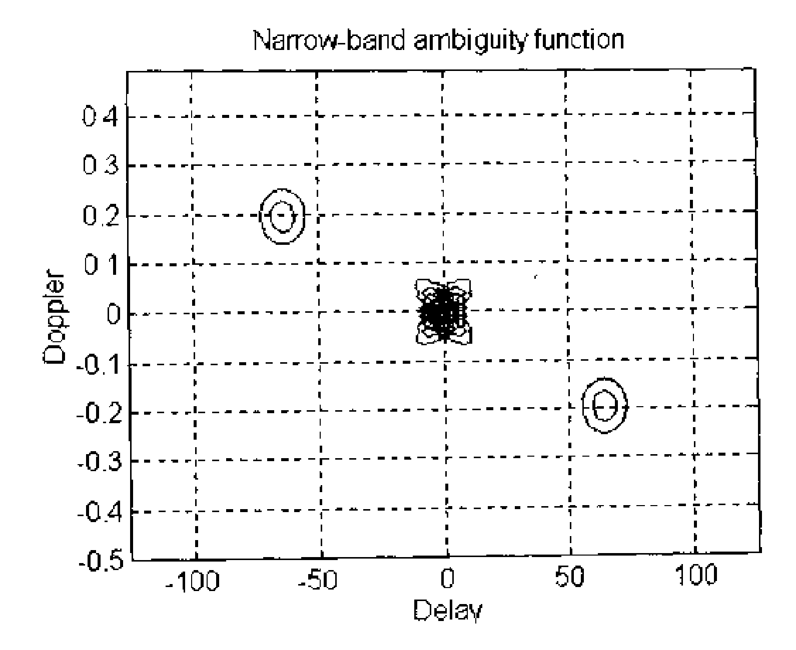


图 1-23　两个具有高斯幅度线性调频脉冲信号构成的信号的 AF

这个表达式对于我们理解参数函数 $f(\xi, \tau)$的作用是很有益的。事实上，f 作为权函数其作用就是保持信号项不变，并且同时抑制相干项。从时频面到模糊平面的转变使得权函数 f 有了一个精确的表征，从而也使平滑函数 Π 得到精确表征。

例如，WVD 对应 $f(\xi,\tau)=1$ ($\forall$ ξ,τ)的常值参数函数。对于频谱图，$f(\xi,\tau)=A_h^*(\xi,\tau)$，窗函数 h 的 AF 决定权函数的形状；而对于 SPWVD，$f(\xi, \tau)=G(\xi)h(\tau)$，权函数的时间和频率是可分离的，这一点对于改变 AF 信号项的形状来说是非常有用的。

4. 其它重要的能量分布

(1) Rihaczek 和 Margenau - Hill 分布。Rihaczek 分布给出了另外一种时频能量密度形式，其定义如下：

$$R_x(t, v) = x(t)X^*(v)e^{-j2\pi vt}$$

它表示信号 x 在点(t, v)处的复值能量密度。这个分布也是 Cohen 类的一个成员，对应的参函数 $f(\xi,\tau)=e^{j\pi\xi\tau}$，它已被证实具有许多良好的性质，如 1.4.1 节中的性质 P1、P2 和性质 P4～P11。但不足的是，它是复值的，这在实用中会很麻烦。它的计算是由文件 tfrri.m 来完成的。Rihaczek 分布的实部也是一个 Cohen 类时频能量分布，被称为 Margenau - Hill 分布，对应的参函数 $f(\xi,\tau)=\cos(\pi\xi\tau)$，具有 1.4.1 节中 P4、P5、P8、P10 和 P11 的性质，其计算由 M 文件 tfrmh.m 完成。我们也可以定义 Rihaczek 和 Margenau - Hill 分布的平滑形式，文件 tfrpmh.m 用于计算伪 Margenau - Hill 分布。

Rihaczek 和 Margenau - Hill 分布的相干项结构与 WVD 不同，(t_1, v_1)和(t_2, v_2)两点产生的相干项出现在点(t_1, v_2)和(t_2, v_1)。下面我们举例说明这一事实。

```
>> sig=atoms(128, [32, 0.15, 20, 1; 96, 0.32, 20, 1]);
>> tfrmh(sig);
```

其结果如图 1-24 所示。

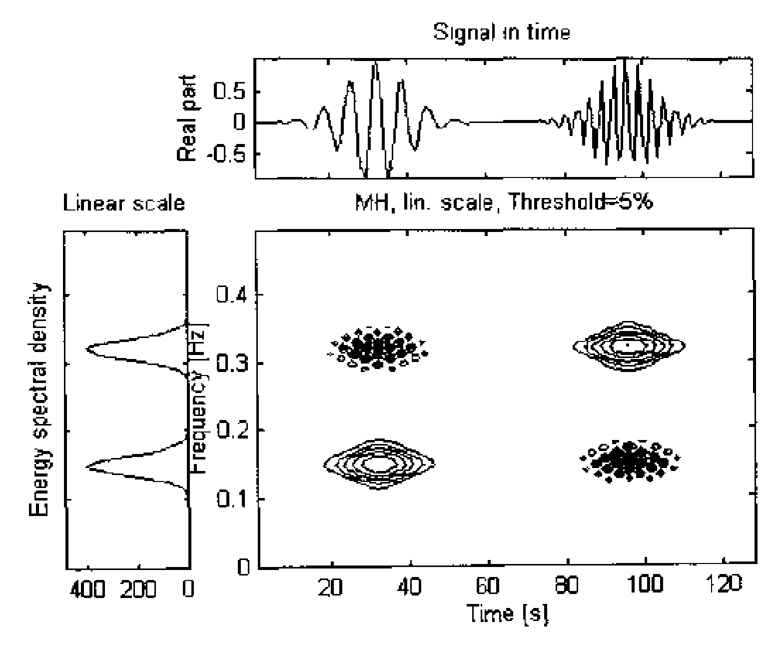


图 1－24 信号的 Margenau－Hill 分布图

由这个例子我们可以知道，对于在时间和频率上具有重叠点的多成分信号，最好不要使用 Rihaczek 分布，否则相干项可能会覆盖信号项。

(2) Page 分布。Page 分布的定义如下：

$$P_x(t,\,v)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\left|\int_{-\infty}^{t}x(u)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vu}\,\mathrm{d}u\right|^2\right\}=2\mathscr{R}\left\{x(t)\left(\int_{-\infty}^{t}x(u)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vu}\,\mathrm{d}u\right)^*\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vt}\right\}$$

它实际上是对时间 t 以前信号能量谱密度的微分，也是 Cohen 类的成员，对应的参函数为 $f(\xi,\tau)=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\xi|\tau|}$，具有 1.4.1 节中的性质 P1～P5、P7～P10，它是 Cohen 类分布中同时具有因果性、幺正性、调制兼容性和时间支撑保持特性的一种分布，它的计算由文件 tfrpage.m 完成。Page 分布的频率平滑形式，称为伪 Page 分布，其计算可由文件 tfrppage.m 完成。

(3) WVD 的联合平滑。以下的时频分布是 Cohen 类中的一种特殊情形，这些分布的参函数仅依赖于变量 ξ 和 τ 的乘积，即

$$f(\xi,\,\tau)=\Phi(\tau\xi) \tag{1.11}$$

这里 Φ 是一个递减函数，且满足 $\Phi(0)=1$(Rihaczek 和 Margenau－Hill 分布就是这一类的特殊成员)。考虑这样定义的直接原因就是要求这类分布满足边缘特性。此外，由于 Φ 是递减函数，f 是低通函数，根据(1.10)式，这样的参函数会减小相干项，这也就是为什么这类分布又被称为减小相干项分布(RID)的原因。

(4) Choi－Williams 分布。如果参函数选择高斯函数，即

$$f(\xi,\,\tau)=\exp\left[-\frac{(\pi\xi\tau)^2}{2\sigma^2}\right]$$

相应的分布为

$$CW_x(t,\,v)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sigma}{|\tau|}\,\mathrm{e}^{-2\sigma^2(s-t)^2/\tau^2}x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\,\mathrm{d}s\mathrm{d}\tau$$

此分布称为 Choi－Williams 分布。注意到当 $\sigma\to\infty$ 时，我们便得到 WVD。相反地，σ 越小，相干项的衰减就越大。此分布具有 1.4.1 节中 P4、P5，P10 和 P11 的性质，可由 M 文件

tfrcw. m 计算。Choi－Williams 分布中参函数的形式暗示着此分布的效果如何很大程度上决定于分析信号的本质。比如说，如果信号是由时间和频率同步的成分构成的，那么它的 Choi－Williams 分布将会出现很强的相干项。通过下面的例子可以观察到这一点，此例中，我们分析的是四个高斯元，它位于矩形的四个角，并绕时频面中心旋转。

```
>> M= movcw4at(128, 15);
>> clf; movie(M, 5);
```

当高斯元的时间(或频率)支撑区发生重叠时，一些 AF 相干项不能被完全衰减，分布的效果也就很差，如图 1－25 所示。

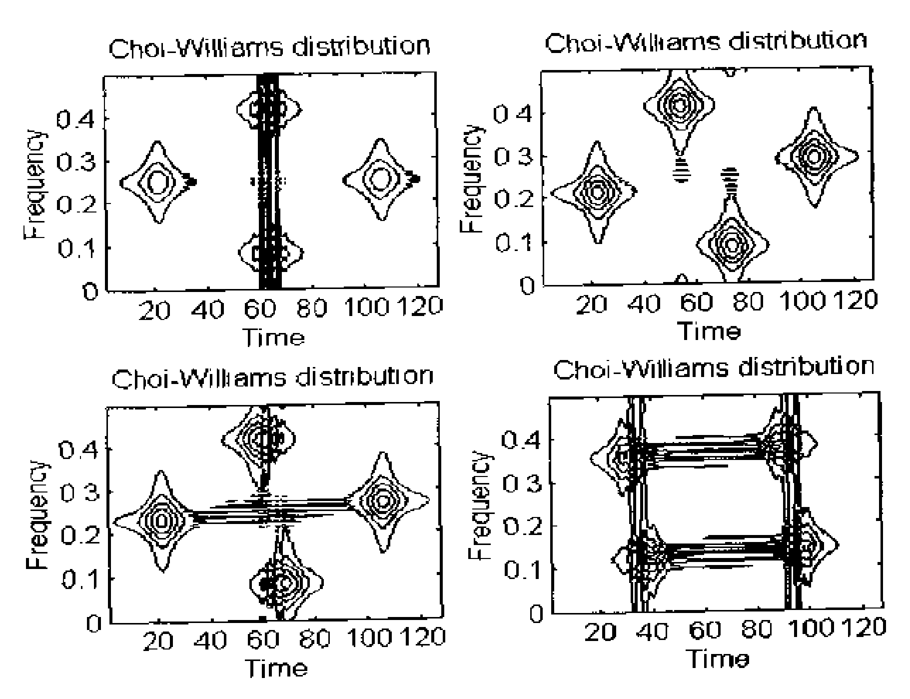


图 1－25　四个高斯元的 Choi－Williams 分布

(5) Born－Jordan 和 Zhao－Atlas－Marks 分布。如果我们要让(1.11)式定义的分布具有更强的时间和频率支撑保持特性，那么对参函数 f 的最简单的选择是

$$f(\xi,\tau)=\frac{\sin(\pi\xi\tau)}{\pi\xi\tau}$$

相应的分布为

$$\mathrm{BJ}_x(t,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{|\tau|}\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2}x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}s\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\mathrm{d}\tau$$

此分布称为 Born－Jordan 分布，满足 1.4.1 节中 P1～P5、P8、P10 和 P11 的性质，M 文件 tfrbj. m 可用于计算此分布。

如果沿着频率轴对 Born－Jordan 分布进行平滑，我们就得到了 Zhao－Atlas－Marks 分布，其定义如下：

$$\mathrm{ZAM}_x(t,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[h(\tau)\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2}x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}s\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\mathrm{d}\tau$$

这个分布也称为锥形核分布(Cone－Shaped Kernel distribution)，满足性质 P3、P4、P8(仅对时间而言)，它的计算可使用 M 文件 tfrzam. m。

5. 小结

Cohen 类是所有具有时间和频率移不变性的二次型时频能量分布的集合，它给出了许多分析处理非平稳信号的方法，其基本思想是设计一个联合时间频率函数，它能够同时以时间和频率为变量来描述信号的能量密度或者信号强度。Cohen 类最重要的成员就是 WVD，因为它满足很多期望的性质。同时由于这些分布是二次型的，因而也会带来一些问题，即这些分布在时频面中产生的相干项可能会干扰时频表示的可读性。减小这些相干项的方法之一是根据它们的结构，对相应的分布在时间和频率上进行平滑，但是这样做的结果会使时间分辨率和频率分辨率变差，还可能损失一些理论性质。Cohen 类给出的统一公式能够更好地理解现有的时频分析方法，也有利于同模糊函数联系起来。

还有一类时频能量分布，它们不是 Cohen 类的成员，不满足时间和频率的移不变性，它就是仿射类时频分布。

1.4.2 仿射类

1. 公理化定义

(1) 仿射群。前面讨论的 Cohen 类时频分布是以时移和频移不变性为基础的，WVD 具有包括时移和频移不变性在内的许多很好的性质，是 Cohen 类最重要的一个成员。为了能够从时间和尺度的角度来分析信号，我们也可以提出通过转换后在期望的性质中具有时移和伸展移不变性的分布类，与 W－H 群相对应，此变换群称为仿射群，在讨论小波变换时曾介绍过(见 1.3.2 节)。信号的小波变换可用下式表示：

$$x(t) \to x' = x_{a',b'}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a'|}}x\left(\frac{t-b'}{a'}\right)$$

其傅里叶变换为

$$X(v) \to X' = X_{a',b'} = \sqrt{|a'|}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v b'}X(a'v)$$

(2) 一般表达式。

如果一个双线性时间尺度分布 $\Omega_x(t, a)$对仿射变换具有时间尺度移不变性，即

$$\Omega_{x_{a',b'}}(t,a) = \Omega_x\left(\frac{t-b'}{a'}, \frac{a}{a'}\right)$$

则有

$$\Omega_x(t, a; \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\Pi\left(\frac{s-t}{a}, a\xi\right)W_x(s, \xi)\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\xi \tag{1.12}$$

这里 $\Pi(t,v)$ 是任意的平滑函数。如果 $\Pi(t,v)$ 满足如下条件：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\Pi(t,v)\,\mathrm{d}t\,\frac{\mathrm{d}v}{|mu|} = 1$$

则此分布能够保持信号能量不变。

以(1.12)式所表示的时间尺度分布的全体定义了仿射类，仿射类是具有时间和伸展移不变性的时频分布类。由表达式(1.12)可以直接得出 WVD，它就是仿射类的一个成员，理由是：如果引入任意一个非零频率 v_0，并使尺度 $a=v_0/v$，则 WVD 就是对应于 $\Pi(t,v) = \delta(t)\delta(v-v_0)$ 的仿射类成员。

由(1.12)式，我们对仿射类分布的选择可以简化为对仿射相关核 $\Pi(t,v)$ 的选择。当 $\Pi(t,v)$ 是二维低通函数时，它的作用就是作为仿射平滑函数，尽可能地减少由 WVD 产生的相干项。

对一般成员类的另一种等价的模糊域表示形式如下：

$$\Omega_x(t,\ a;\Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(a\xi,\ \frac{\tau}{a})A_x(\xi,\ \tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\xi\tau}\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\tau \tag{1.13}$$

式中 $\Phi(\xi,\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t,v)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(v\tau+\xi t)}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v$ 是与 Π 相对应的权函数，而 $A_x(\xi,\tau)$ 是 1.4.1 节中定义的窄带模糊函数。

利用双频率核 $\Psi(v,f)$，我们给出另外一种可以表征由(1.12)式所代表的一般类的表达式：

$$\Omega_x(t,\ a;\ \Pi) = \frac{1}{|a|}\iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(v,f)X\left(\frac{f-\frac{v}{2}}{a}\right)X^*\left(\frac{f+\frac{v}{2}}{a}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vt/a}\,\mathrm{d}v\mathrm{d}f \tag{1.14}$$

这里 $\Psi(v,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t,f)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vt}\,\mathrm{d}t$，$X(v)$ 是 $x(t)$ 的傅里叶变换。在后面我们会发现，这些形式不同但却完全等价的表达式给使用带来了许多好处。

(3) 仿射类时频分布的性质。

如同 Cohen 类一样，我们可以对(1.12)式增加更多的限制条件，以获得满足某些特殊性质的子分布类。下面我们给出几个仿射类时频分布的重要性质：

P1 $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Omega_x(t,a;\ \Pi)\mathrm{d}t\,\frac{\mathrm{d}a}{a^2}$ 信号的总能量

P2 $\begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty} \Omega_x(t,a;\ \Pi)\mathrm{d}t = \left|X\left(\frac{v_0}{a}\right)\right|^2 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega_x(t,a;\ \Pi)\,\frac{\mathrm{d}a}{a^2} = |x(t)|^2\end{cases}$ 边缘特性

P3 $\Omega(t,a;\Pi) \in R \quad \forall\ t,a$ 实值性

P4 $X(v) = \frac{1}{\sqrt{v}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vt_0}U(v) \Rightarrow \Omega_x\left(t,\ \frac{v_0}{v};\ \Pi\right) = v\delta(t-t_0)U(v)$ 时间局域化

P5 $\left|\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)\mathrm{d}t\right|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Omega_x(t,a;\Pi)\Omega_y^*(t,a;\Pi)\mathrm{d}t\,\frac{\mathrm{d}a}{a^2}$ 幺正性

P6 $t_x\left(\frac{v_0}{a}\right) = \dfrac{\int_{-\infty}^{+\infty} t\Omega_x(t,a;\Pi)\mathrm{d}t}{\int_{-\infty}^{+\infty} \Omega_x(t,a;\Pi)\mathrm{d}t}$ 群延迟

P7 $\Omega_x(t,a;\Pi) = W_x\left(t,\ \frac{v_0}{a}\right)$ 窄带局限性

2. 几个例子

(1) 尺度图。

仿射类分布的第一个例子是尺度图。事实上，它可以表示为 WVD 的平滑形式

$$|T_x(t,\ a;\ \Psi)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(s,\xi)W_\Psi\left(\frac{s-t}{a},\ a\xi\right)\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\xi \tag{1.15}$$

这样，尺度图就是对应于平滑函数为 $\Pi(t,v) = W_\Psi(t,v)$ 的仿射类分布。对比(1.15)式和

(1.9)式，我们可以发现两式的共同之处，这意味着仿射类中的尺度图与 Cohen 类中的频谱图是相互对应的。尺度图满足性质 P1 和 P3，并且总是取正值。

为了表明函数 $\Pi(t,v)$ 对 x 的 WVD 所作的平滑的重要性，我们来考虑 Ψ 为 Morlet 小波时的情形。如果我们记 δ_T 和 δ_B 分别表示为窗函数 Ψ 的频谱图平滑处理后的时间和频率宽度(δ_T 和 δ_B 是常值)，那么在尺度图的情况下它们将随频率而变化，即

$$\delta_T(v)=\frac{v_0\delta_T}{v} \qquad \delta_B(v)=\frac{v\delta_B}{v_0} \qquad v_0\text{ 是小波的中心频率}$$

这个结果是所有定 Q 分析的特征，我们已经在小波变换中给出。它表明：在高频处，由于信号变化得很快，需要用短分析窗；在低频处，为了能够辨识出变化很慢的信号的脉动，必须用宽分析窗。尺度图的平滑作用与频谱图的一样重要：

$$\delta_T(v)\delta_B(v)=\delta_T\delta_B$$

在频谱图中由于 H－G 不等式而导致的时间分辨率与频率分辨率之间的折衷，在尺度图中也存在。

总之，频谱图是由 WVD 通过平滑得到的时频分布，而尺度图是由 WVD 经过仿射变换得到的时频分布，因此，WVD 是这两个分布类的共有成员。此外，通过改变作用于 WVD 的平滑函数 $\Pi(t,v)$，可以由 WVD 构建一条从频谱图到尺度图的转换途径。

(2) 乘积核分布。

如果我们考虑如下形式的核：

$$\Phi(\xi,\tau)=\Phi(\xi\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v_0\tau} \qquad v_0\text{ 为非零频率}$$

则可以得到下面的等式：

$$\Omega_x(t,a;\Phi)=C_x\left(t,\frac{v_0}{a};\Phi\right)$$

相应的 WVD、Born－Jordan 分布、Rihaczek 和 Choi－Williams 分布，则同属于 Cohen 类和仿射类，即它们属于 Cohen 类和仿射类的交集。

(3) 仿射类平滑伪魏格纳分布：可分离核。

如同在 SPWVD 中考虑的一样，我们可以使用在时间和频率上分离的平滑函数来克服尺度图中时间分辨率和频率分辨率之间的折衷，得到的分布就是仿射类平滑伪魏格纳分布(ASPWD)。

$$\mathrm{ASPW}_x(t,a)=\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}h\left(\frac{\tau}{a}\right)g\left(\frac{s-t}{a}\right)x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\tau \qquad (1.16)$$

通过选择不同的窗函数 g 和 h，我们可以得到不同的时间和频率分辨率。如果 g 是实值函数，h 满足哈密顿性质，则这个分布满足性质 P1 和 P3。

(4) 局域化双频率核分布。

仿射类很重要的一个子类是那些在双频率表示(见(1.14)式)的情况下，特征函数仅局限于某条曲线 $f=H(v)$ 的分布类：

$$\Psi(\tau,f)=G(v)\delta(f-H(v))-\Phi(v,\tau)=G(v)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi H(v)\tau}$$

这里 $G(v)$ 为任意函数。它对应的时间尺度分布(即局域化双频率核分布)如下式所示：

$$\Omega_x(t,a;\Pi)=\frac{1}{|a|}\int_{-\infty}^{+\infty}G(v)X\left(\frac{H(v)-v/2}{a}\right)X^*\left(\frac{H(v)+v/2}{a}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vt/a}\,\mathrm{d}v$$

实际上，要使这个分布具有很好的局域化性质，其群延迟必须满足幂函数($t_x(v)=t_0+cv^{k-1}$)或指数函数($t_x(v)=t_0+c\log(v)$)的形式。

至于乘积核分布，考虑 $a=v_0/v$，根据 $C_x(t,v;\Phi)=\Omega_x(t,v_0/v;\Phi)$，我们可以将属于此类的每一个时间尺度分布与一个时频分布联系起来。下面我们给出此类分布的几个特殊的例子。

① Bertrand 分布：如果优先考虑时间局域特性和幺正性的要求，我们可以令

$$G(v)=\frac{v/2}{\sinh(v/2)}\quad 和\quad H(v)=\frac{v}{2}\coth\left(\frac{v}{2}\right)$$

于是就导出了 Bertrand 分布，其定义如下：

$$B_x(t,a)=\frac{1}{|a|}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{v/2}{\sinh(v/2)}X\left(\frac{ve^{-v/2}}{2a\sinh(v/2)}\right)X^*\left(\frac{ve^{v/2}}{2a\sinh(v/2)}\right)e^{j2\pi vt/a}\,dv\quad(1.17)$$

除去时间边缘性质，它满足性质 P1～P7。此外，这个分布还是惟一能够很好地定位于双曲线群延迟信号 $X(v)=\frac{e^{j\Phi_x(v)}}{\sqrt{v}}U(v)$ 的局域化双频率核分布，其中 $\Phi_x(v)=-2\pi[vt_0+\log\frac{v}{v_0}]$，进而可以推出

$$B_x\left(t,a=\frac{v_0}{v}\right)=v\delta(t-t_x(v))U(v)$$

式中 $t_x(v)=-\frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi_x(v)}{dv}$ 是群延迟。为了说明这个性质，我们用 tfrbert.m 来分析由 gdpower.m(假设 $k=0$)得到的信号，分析的结果如图 1-26 所示。

```
>> sig=gdpower(128);
>> tfrbert(sig, 1: 128, 0.01, 0.22, 128, 1);
```

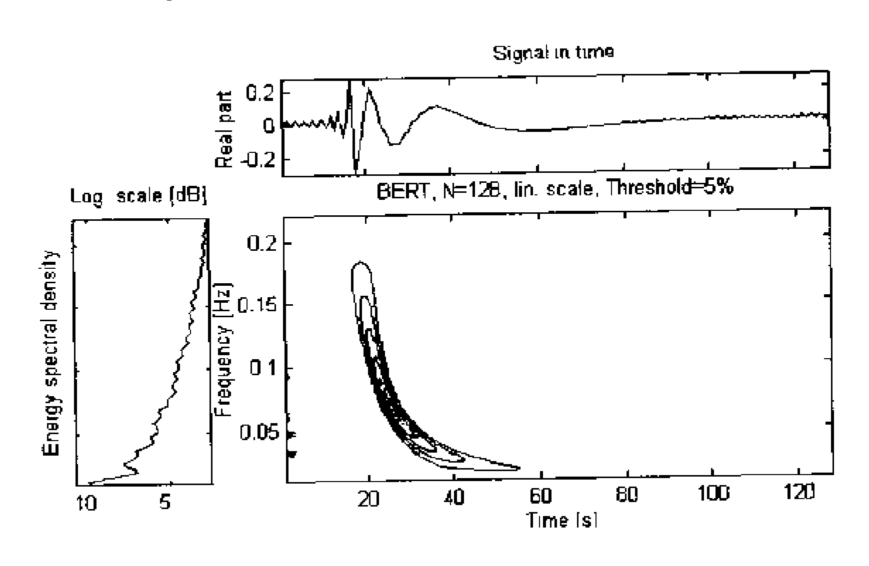


图 1-26　信号的 Bertrand 分布

从图可以看出：tfrbert.m 文件得到的分布对双曲线群延迟具有很好的局域化性质，但并不完美，这是因为 tfrbert.m 文件仅在 $f_{min}\sim f_{max}$ 频谱范围内起作用。注意频带越宽，需要的采样点越多，计算时间越长。

② D-Flandrin 分布：如果我们要寻找一个实值的、满足时间局域化和时间边缘性质的双频率核分布，则有

$$G(v) = 1 - \left(\frac{v}{4}\right)^2 \quad 和 \quad H(v) = 1 + \left(\frac{v}{4}\right)^2$$

对应的分布可写为

$$D_x(t,a) = \frac{1}{|a|}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(1 - \left(\frac{v}{4}\right)^2\right)X\left[\frac{(1 - v/4)^2}{a}\right]X^*\left[\frac{(1 + v/4)^2}{a}\right]e^{-j2\pi vt/a}\,dv$$

定义上式的分布为 D－Flandrin 分布。D－Flandrin 分布满足性质 P1～P4、P6 和 P7，是惟一对有群延迟的信号在$\frac{1}{\sqrt{v}}$处有很好的局域化作用的局域化双频率核分布。在分布中

$$X(v) = \frac{e^{j\Phi_x(v)}}{\sqrt{v}}U(v)$$

$$\Phi_x(v) = -2\pi[vt_0 + 2\alpha\sqrt{v}]$$

$$D_x\left(t,\ a = \frac{v_0}{v}\right) = v\delta(t - t_x(v))U(v)$$

用文件 gdpower.m(k=1/2)产生信号，由 tfrdfla.m 进行分析，得到如图 1－27 所示结果。

```
>> sig=gdpower(128, 1/2);
>> tfrdfla(sig, 1: 128, 0.01, 0.22, 128, 1);
```

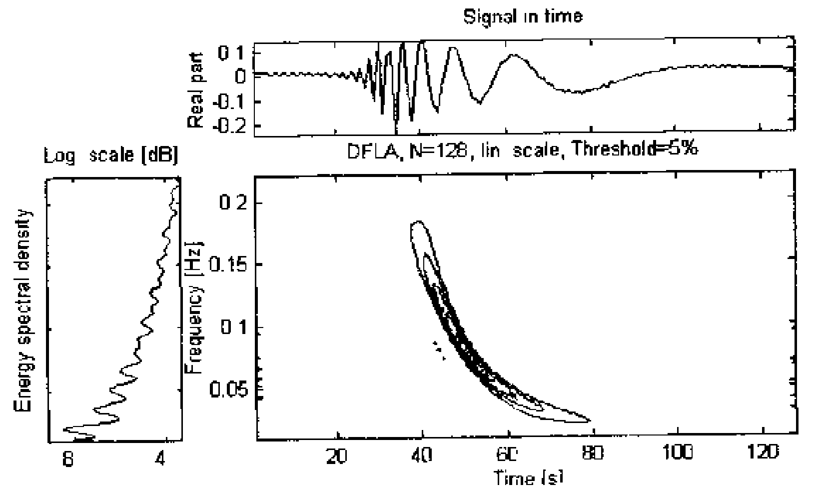


图 1－27 信号的 D－Flandrin 分布

从图中可以看出，分布有很好的局域化性质。

③ Unterberger 分布：如果取

$$G(v) = 1 \quad 和 \quad H(v) = \sqrt{1 + \left(\frac{v}{2}\right)^2}$$

则得到 active Unterberger 分布

$$U_x^{(a)}(t,a) = \frac{1}{|a|}\int_0^{+\infty}\left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right)X\left(\frac{\alpha}{a}\right)X^*\left(\frac{1}{\alpha a}\right)e^{j2\pi(\alpha - \frac{1}{\alpha})\frac{t}{a}}\,d\alpha$$

active Unterberger 分布满足性质 P1～P4、P6 和 P7。

如果取

$$G(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + (v/2)^2}} \quad 和 \quad H(v) = \sqrt{1 + \left(\frac{v}{2}\right)^2}$$

则得到 passive Unterberger 分布

$$U_x^{(p)}(t,a)=\frac{1}{|a|}\int_0^{+\infty}\frac{2}{\alpha}X\left(\frac{\alpha}{a}\right)X^*\left(\frac{1}{\alpha a}\right)e^{j2\pi(\alpha-\frac{1}{\alpha})\frac{t}{a}}\,d\alpha$$

passive Unterberger 分布满足性质 P1～P3、P6 和 P7，是惟一对有群延迟信号在$\frac{1}{v^2}$处有很好的局域化作用的局域化双频率核分布。在分布中

$$X(v)=\frac{e^{j\Phi_x(v)}}{\sqrt{v}}U(v)$$

$$\Phi_x(v)=-2\pi[vt_0-\frac{\alpha}{v}]$$

$$U_x^{(a)}\left(t,\ a=\frac{v_0}{v}\right)=v\delta(t-t_x(v))U(v)$$

用 gdpower.m(k=−1)产生信号，用 tfrunter.m 进行分析，得到如图 1－28 所示的结果。

```
>> sig=gdpower(128, -1);
>> tfrunter(sig, 1: 128, 'A', 0.01, 0.22, 172, 1);
```

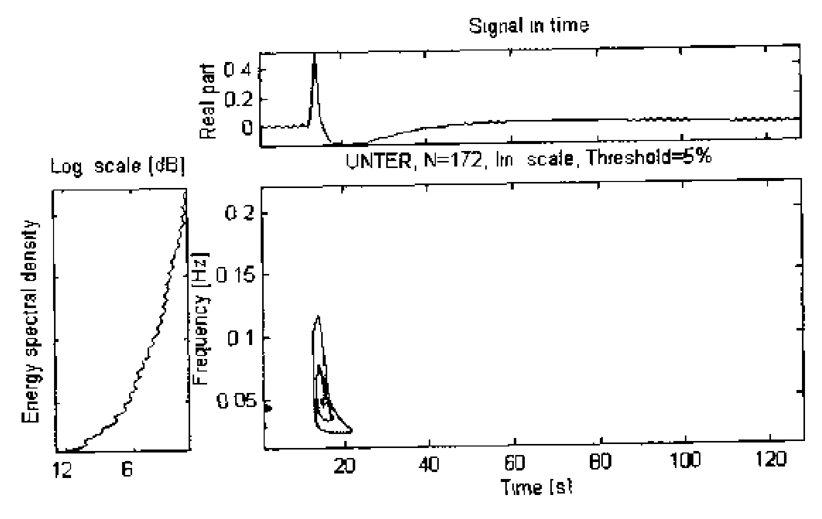


图 1－28 信号的 Unterberger 分布

3. 与模糊域的联系

前面我们已经看到，WVD 对于窄带信号的分析结果是很令人满意的，虽然它也能用于宽带信号的分析，但是可能会产生一些意想不到的结果。例如，对于一个实部为 $\delta(t-t_0)$ 的解析信号，其 WVD 为

$$W(t,\ v)=4\frac{\sin(4\pi v(t-t_0))}{\pi(t-t_0)}U(v)$$

$U(v)$是 Heaviside 函数，它在 $t=t_0$ 的邻域并没有被很好地局域化，如图 1－29 所示。

```
>> sig=anapulse(128);
>> tfrwv(sig);
```

实际上，WVD(或者更一般的说 Cohen 类)所采用的变换群(即 W－H 群)是宽带信号不能被很好地局域化的原因。因为 WVD(或者更一般的说 Cohen 类)所采用的变换群仅限于对解析信号进行分析，这种变换群对宽带信号进行变换时不能保持信号的频率支撑不变

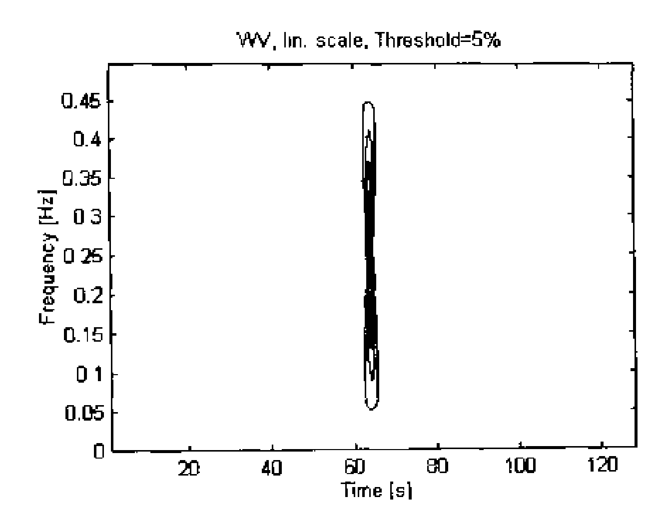


图 1－29 实部为 $\delta(t-t_0)$ 的解析信号的 WVD

性，这促使我们用一个更基本的基于仿射群的分布来代替 WVD。

对多普勒效应这个重要的物理现象的研究，是我们使用基于仿射群的分布来分析宽带信号的动机之一。多普勒效应反映了这样一个事实特征，即：与发射信号相比，从移动目标返回的信号发生了展缩和时延。对于与介质中的声速相比为低速运动的目标发射的窄带信号，多普勒效应可以用时频变换来近似，但是对于宽带信号，尤其是在处理那些时间带宽积时很重要，而且移动目标的速度相对于声速来说不能忽略的宽带发射信号(如雷达和声纳信号)时，必须考虑频谱的展缩。

(1) 从傅里叶变换到梅林变换。

促使人们寻找特殊的方法去分析宽带信号的原因之一是：W－H 群的特征向量是复指数形式(傅里叶变换正是基于此分解信号的)，而仿射群的特征向量是双曲线的形式。从另一个稍微不同的观点来看，傅里叶频域变换具有模值不变性，但对展缩不具备模值不变性。因此，傅里叶变换不再是改变这些信号表示空间的合适变换，必须用一种新的变换即梅林变换来代替。梅林变换对展缩能保持模值不变，并且能够在双曲线信号基上分解信号。梅林变换的定义如下：

$$M_x(\beta)=\int_0^{+\infty}X(v)v^{j2\pi\beta-1}\,dv$$

式中 $X(v)$ 是信号 $x(t)$ 对应的解析信号的傅里叶变换。由定义式很容易得到展缩不变性：

$$Y(v)=X(av)\Rightarrow M_Y(\beta)=a^{-j2\pi\beta}M_X(\beta)$$

其基本成分是 $v^{-j2\pi\beta}$ 形式的波形，它们的群延迟都是双曲线形的：

$$t_x(v)=\frac{\beta}{v}$$

这样，参数 β 可被解释为双曲调制率，它没有量纲，称之为梅林尺度。

利用快速傅里叶变换可以对离散梅林变换实施快速计算，相应的算法称之为快速梅林变换，由文件 fmt.m 给出。在时频工具箱中，这个变换常用于实现与仿射类相关的一些功能。

(2) 从窄带 AF 到宽带 AF。

当待分析的信号不能看作窄带信号时(即带宽 B 相对于信号中心频率 v_0 来说不可忽略),由于多普勒效应不能被近似地看成频移,所以用窄带模糊函数来描述信号就显得不合适了,这时我们可以考虑宽带模糊函数(WAF),其定义如下:

$$\Xi_x(a,\tau)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)x^*\left(\frac{t}{a}-\tau\right)\mathrm{d}t=\sqrt{a}\int_{-\infty}^{+\infty}X(v)X^*(av)\mathrm{e}^{j2\pi av\tau}\,\mathrm{d}v \tag{1.18}$$

它实际上就是母函数为信号本身的小波变换,也可以理解为仿射互相关函数,它是信号本身与经时移和展缩变换后的信号间相似程度的一种度量。通过两次梅林变换就可以计算出模糊函数,时频工具箱中的 M 文件 ambifuwb.m 可以用来计算这种形式的模糊函数。我们可以举个例子来说明此函数的作用,用 altes.m 产生信号,用 ambifuwb.m 进行分析,分析的结果如图 1-30 所示,信号的 WAF 在原点处取得最大值。

```
>> sig=altes(128, 0.1, 0.45);
>> ambifuwb(sig);
```

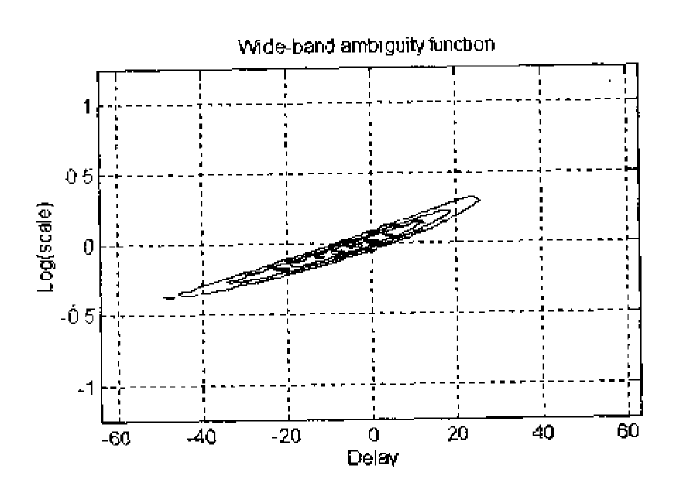


图 1-30　信号的 WAF

一种对称形式的 WAF 为

$$\Xi_x^{(s)}(\alpha,\tau)=\sqrt{1-\alpha^2/4}\int_{-\infty}^{+\infty}x\left(\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)t+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)t-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}t \tag{1.19}$$

式(1.18)、(1.19)中 α 与 a 的关系为 $a=(1+\alpha/2)(1-\alpha/2)$。这种表示形式可以通过以下公式与 WVD 联系起来:

$$\Xi_x^{(s)}(\alpha,\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{1-\alpha^2/4}\;\mathrm{e}^{j2\pi(\tau+\alpha t)v}W_x(t,v)\,\mathrm{d}v$$

(3) 从 WVD 到 Bertrand 分布。

定义了对称形式的宽带模糊函数,用仿射类变换代替 WVD 变换,得到一个类似于窄带信号处理中将 WVD 与窄带模糊函数联系起来的等价表达式将是很有意义的。这可以通过以下方法得到:对对称形式的 WAF 的时延变量进行傅里叶变换,对 α 变量进行梅林变换,即

$$B_x(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Xi_x^{(s)}(\alpha,\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\alpha^{\mathrm{j}2\pi t-1}\,\mathrm{d}\tau\,\mathrm{d}\alpha$$

$$= v\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{u/2}{\sinh(u/2)}X\left(\frac{vu\mathrm{e}^{-u/2}}{2\sinh(u/2)}\right)X^*\left(\frac{vu\mathrm{e}^{u/2}}{2\sinh(u/2)}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vut}\,\mathrm{d}u \tag{1.20}$$

这实际上就是 Bertrand 分布(见式 1.17)。联系式(1.17)与式(1.20)之间的关系式为 $v=v_0/a$，$v_0=1$ Hz。

4. 仿射魏格纳分布

实际上，由(1.17)式或 (1.20) 式给出的 Bertrand 分布是在一个比仿射群 A 更大的变换群上具有移不变性的分布，这个群记为 G_0，其变换为 $g=(a,b,c)$，(a,b)是仿射类 A 的元素，c 为实值，它对信号 X 进行如下变换：

$$X(v) \to X_g(v) = \sqrt{|a|}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(vb+c\ln(v))}X(av)$$

B_x 相应变为

$$B_x \to B_x^g(t,v) = B_x\left(\frac{t-b-c/v}{a},\ av\right)$$

实际上，这种扩展的移不变性质不只局限于 Bertrand 分布，还可把它推广到某些仿射分布子类。记那些只有三个参数的群(包括仿射群)为 G_k，其定义如下：

当 $k\neq 1$ 时，元素 $g=(a,b,c)$是满足结合律的群：$gg'=(aa',\ b+ab',\ c+a^kc')$

群 G_1 的结合律形式：$gg'=(aa',\ b+ab'+a\ln(a)c',\ c+ac')$

这些群对解析信号 $X(v)$的作用取决于 k，即

$$X(v) \to X_g(v) = \sqrt{|a|}X(av)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(vb+cv^k)} \qquad (k\neq 0,\ 1)$$

$$X(v) \to X_g(v) = \sqrt{|a|}X(av)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(vb+c\ln v)} \qquad (k=0)$$

$$X(v) \to X_g(v) = \sqrt{|a|}X(av)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(vb+cv\ln v)} \qquad (k=1)$$

分布 P_x^k 为

$$P_x^k(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} v\mu_k(u)X(\lambda_k(u)v)X^*(\lambda_k(-u)v)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(\lambda_k(u)-\lambda_k(-u))tv}\,\mathrm{d}u \tag{1.21}$$

式中，$\lambda_k(u)=\left(\frac{k(\mathrm{e}^{-u}-1)}{\mathrm{e}^{-ku}-1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$。

P_x^k 满足时间反转不变性($Y(v)=X^*(v)\Rightarrow P_y^k(t,v)=P_y^k(-t,v)$)。分布 P_x^k 中的 $\lambda_k(u)$为正实值偶函数。如果 λ_k 定义为连续的，且当 $k=0$ 和 $k=1$ 时，λ_k 分别为 $\lambda_0(u)=-\frac{u}{\mathrm{e}^{-u}-1}$和 $\lambda_1(u)=\exp\left(1+\frac{u\mathrm{e}^{-u}}{\mathrm{e}^{-u}-1}\right)$，则对于任何实值 k，(1.21)式都成立。

式(1.21)定义了一个子分布类，被称为仿射魏格纳分布类。在后面的章节中我们会看到，仿射魏格纳分布类与局域化双频率核分布类是等价的。

对 P_x^k 施加不同的约束，就可以得到不同的仿射魏格纳分布。例如，如果要求 P_x^k 满足幺正性，则

$$\mu_k(u) = \sqrt{\lambda_k(u)\lambda_0(-u)\,\frac{\mathrm{d}(\lambda_k(u)-\lambda_k(-u))}{\mathrm{d}u}}$$

如果要求 P_x^k 满足时间局域化性质，则

$$\mu_k(u)=\sqrt{\lambda_k(u)\lambda_k(-u)}\,\frac{\mathrm{d}(\lambda_k(u)-\lambda_k(k))}{\mathrm{d}u}$$

k 取不同值时，我们可以得到前面曾经介绍过的几种分布：

当 $k=0$ 时，P_x^k 为 Bertrand 分布，$P_x^0=B_x(t,v)$；

当 $k=2$ 时，P_x^k 为 WVD 分布，$P_x^k=W_x(t,v)$；

当 $k=1/2$ 时，P_x^k 为 D－Flandrin 分布，$P_x^{1/2}=D_x(t,v)$；

当 $k=-1$ 时，P_x^k 为 active Unterberger 分布

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}U_x^{(a)}(t,v)U_y^{*(p)}(t,v)\mathrm{d}v\mathrm{d}t=\left|\int_{-\infty}^{+\infty}x(u)y^*(u)\mathrm{d}u\right|^2$$

当 $k\to\pm\infty$ 时，P_x^k 为 Margenau－Hill 分布

$$\frac{P_x^+(t,v)+P_x^-(t,v)}{2}=\mathscr{R}\{R_x(t,v)\}$$

5. 伪仿射魏格纳分布

作为时变频谱分析的一种灵活工具，(1.21)式所表示的仿射魏格纳分布表现出很大的潜力。然而，就像 Cohen 类的某些分布一样，仿射魏格纳分布存在两个主要的限制，其一是在每个时频点 (t,v)，整个信号都要进行分布的计算；其二是由于非线性的原因，每两个信号之间不可避免地要产生相干项。为克服这些局限性，引入了伪仿射魏格纳分布，下面给出其中的一些主要结果。

(1) 问题的出处：前面我们通过在 WVD 中引入窗函数得到了 PWVD。如果我们对(1.21)式所示的仿射魏格纳分布(AWD)作类似的加窗处理，就得到了一种新的分布类——伪仿射魏格纳分布 PAWD。与 PWVD 不同的是为了保证得到的时间尺度分布具有尺度移不变性，此处的窗函数必须与频率相关，这就导致了在频域内的平滑是定 Q 的，而不是像在 PWVD 中那样是定带宽的。这种新的分布类的一般表达式为

$$\tilde{P}_x^k(t,v)=v\int_{-\infty}^{+\infty}\mu_k(u)\left[\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)h[v\lambda_k(u)(\tau-t)]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\lambda_k(u)v(\tau-t)}\,\mathrm{d}\tau\right]\times\left[\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau_p)h[v\lambda_k(-u)(\tau_p-t)]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\lambda_k(-u)(\tau_p-t)}\,\mathrm{d}\tau_p\right]\tag{1.22}$$

式中 h 是时间窗函数。

对(1.22)式进行重组得到下式：

$$\tilde{P}_x^k(t,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu_k(u)}{\sqrt{\lambda_k(u)\lambda_k(-u)}}T_x(t,\lambda_k(u)v;\,\Psi)T_x^*(t,\lambda_k(-u)v;\,\Psi)\mathrm{d}u\tag{1.23}$$

式中 $T_x(t,v;\Psi)$ 是连续小波变换，$\Psi(\tau)=h(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\tau}$ 是带通小波函数，这样我们就获得了一种有效的在线计算方法。

(2) 时频平滑解释：(1.22)式和(1.23)式中引入的时间窗函数能够衰减在频率轴方向振动的相干项，为了抑制在时间轴方向振动的相干项，必须用低通函数 G 在时间轴方向对相干项进行平滑，结果得到如下分布：

$$\tilde{P}_x^k(t,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}G(u)\,\frac{\mu_k(u)}{\sqrt{\lambda_k(u)\lambda_k(-u)}}T_x(t,\lambda_k(u)v;\,\Psi)T_x^*(t,\,\lambda_k(-u)v;\,\Psi)\,\mathrm{d}u\tag{1.24}$$

称为平滑伪魏格纳分布(SPAWD)。如同 SPWVD 对线性调频脉冲信号有较好的局域化性质一样，SPAWD 对指数形式的群延迟不再具有局域化性质。随着Q(小波函数Ψ的品质因数)趋向无穷，$G(u)$趋向全通函数时，$\bar{P}_x^k$ 收敛于 P_x^k，平滑伪魏格纳分布会逐渐变得具有局域化特性。由于(1.24)式可以有效地进行计算，因而这种收敛性质使我们可以有效地逼近任何仿射魏格纳分布。

6. 小结

在这一节中，我们分析得出了一个与 Cohen 类相对应的仿射分布类，这两个分布类也可以看成是对 WVD 进行某种二维相关处理后得到的结果。至此，我们已经得到了一大类满足许多合理性质的时间尺度分布和时间频率分布。另外，我们还对一些特殊的性质和相关的表示参数进行了研究。显然，对于不同的应用场合，我们有很多种合适的选择，每一种都能对信号的某些特征作出合适的描述，这对于我们分析、理解信号所包含的本质信息具有很大的作用。反之，为了对这些描述，也就是对时频和时间尺度图像作出合理的解释，我们有必要更深入地研究时频面内信息分布的机理。

1.4.3 重排理论

1. 引言

前两节中讨论的双线性时频分布类给我们提供了很多种分析非平稳信号的方法。然而，关键的问题是要提高用这些方法得到的图像的可读性。也就是说，不仅要使有用的信号项具有良好的时频聚集性，而且还不能使相干项给人们分析问题产生误导。近年来人们在这方面做了一些努力，得到了一种被称为重排的通用方法。这一节的目的就是介绍这种方法，用不同的例子来说明，并将它与相关的方法联系起来。

2. 频谱图的重排

如同其他的双线性能量分布一样，频谱图不可避免地面临相干项的衰减与信号项的时频聚集性之间的折衷。引入重排的最初目的就是为了改善频谱图的特性。

我们将频谱图的表达式写成信号的 WVD 和分析窗的 WVD 的二维卷积形式：

$$S_x(t,v;\, h) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(s,\xi)W_h(t-s,\, v-\xi)\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}\xi \tag{1.25}$$

这个分布能够衰减信号的 WVD 产生的相干项，但却是以降低时频分辨率，以边缘性质和一阶矩有偏为代价的。仔细考察(1.25)式可以看出，$W_h(t-s,\ v-\xi)$在点(t,v)附近划定了一个邻域来分配信号 WVD 值的加权平均值。但是没有任何理由可以说明为什么这些值会对称地分布在这个区域的几何中心(t,v)的周围，因此，我们设想它们的平均值不应该分布在这个点上，而应该在这个区域的重心上，它更能代表信号的局部能量分布。依此类推，局部能量分布 $W_h(t-s,\ v-\xi)W_x(s,\xi)$可以被看成是质量分布，因此，将整体质量(也就是频谱图的值)分配在区域的重心面不是几何中心对于分析信号来说更将确一些。

总而言之，重排方法就是将任意一点(t,v)处计算得到的频谱图的值移动到另外一点$(\hat{t},\ \hat{v})$，这个点是点(t,v)附近信号能量的重心。

$$\hat{t}(x;\, t,v) = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} sW_h(t-s,\, v-\xi)W_x(s,\xi)\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}\xi}{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_h(t-s,\, v-\xi)W_x(s,\xi)\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}\xi} \tag{1.26}$$

$$\hat{v}(x;\,t,v)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\xi W_h(t-s,\,v-\xi)W_x(s,\xi)\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}W_h(t-s,\,v-\xi)W_x(s,\xi)\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}\xi} \tag{1.27}$$

这样就得到了重排后的频谱图，它在任何一点$(t',\,v')$处的值是所有重排到这一点的频谱图的值的和。重排频谱为

$$S_x^{(r)}(t',\,v';\,h)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}S_x(t,v;\,h)\delta(t'-\hat{t}(x;\,t,v))\delta(v'-\hat{v}(x;\,t,v))\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v \tag{1.28}$$

这种新的分布的一个最有价值的特性是它不仅利用了 STFT 的幅值信息，而且还利用了 STFT 的相位信息，这一点可以从下面的重排算子中看出

$$\hat{t}(x;\,t,v)=-\frac{\mathrm{d}\Phi_x(t,v;\,h)}{\mathrm{d}v}$$

$$\hat{v}(x;\,t,v)=v+\frac{\mathrm{d}\Phi_x(t,v;\,h)}{\mathrm{d}t}$$

式中$\Phi_x(t,v;\,h)$是信号x的 STFT，$\Phi_x(t,v;\,h)=\arg(F_x(t,v;\,h))$。这两个式子由于计算的复杂性，必须用下面的式子来代替：

$$\hat{t}(x;\,t,v)=t-\mathscr{R}\left\{\frac{F_x(t,v;\,T_h)F_x^*(t,v;\,h)}{|F_x(t,v;\,h)|^2}\right\}$$

$$\hat{v}(x;\,t,v)=v+\mathscr{R}\left\{\frac{F_x(t,v;\,D_h)F_x^*(t,v;\,h)}{|F_x(t,v;\,h)|^2}\right\}$$

这里$T_h(t)=t\times h$，$D_h(t)=\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t}$。这样得到的重排频谱没有增加计算的复杂性，因此很容易计算出来。

最后要强调一点，虽然重排频谱不再是双线性的，但它仍然满足时间和频率移不变性、能量守恒（假设$h(t)$是单位能量）和非负性。还有一点可以表明的是，由于 WVD 能够对线性调频脉冲信号和脉冲信号具有很好的局域化性质，因而任何重排频谱都满足这一性质：

$$x(t)=A\exp\{\mathrm{j}(v_0t+\frac{\alpha t^2}{2})\}\Rightarrow\hat{v}=v_0+\hat{\alpha t}$$

$$x(t)=A\delta(t-t_0)\Rightarrow\hat{t}=t_0$$

下面我们来看看对一个多成分信号进行重排后能否使其频谱图的可读性得到改善。所得结果将与重排前的频谱图和基于对每个信号成分瞬时频率变化规律的认识得到的“理想”表示进行比较，结果如图 1－31 所示。

```
>> N=128;
>> [sig1 ifl1]=fmsin(N, 0.15, 0.45, 100, 1, 0.4, -1);
>> [sig2 ifl2]=fmhyp(N, [1 0.5], [32, 0.05]);
>> sig=sig1+sig2;
>> tfrideal([ifl1 ifl2]);
>> figure; tfrrsp(sig);
```

文件 tfrrsp.m 可以得到信号的频谱图及其重排后的形式。重排对频谱图可读性的改善效果是很明显的：两个信号成分的时频聚集性很好，而且只有很少的相干项。

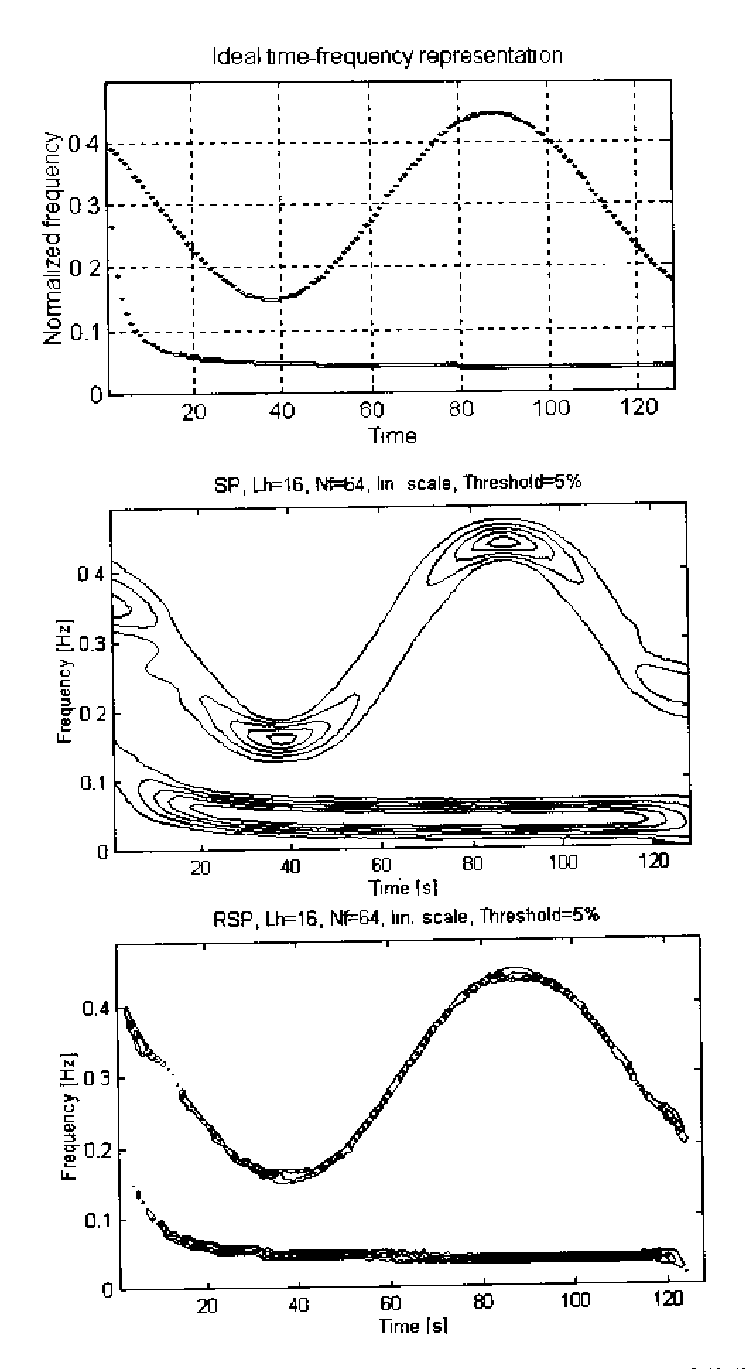


图 1－31　信号 sig 的理想时频表示平滑伪魏格纳分布和重排的平滑伪魏格纳分布

3. Cohen 类分布的重排

前面所述的重排方法可直接推广应用于其它分布中。事实上，如果我们将 Cohen 类的一般表达式看作是 WVD 的二维卷积，则

$$C_x(t,v;\Pi)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\Pi(t-s,\ v-\xi)W_x(s,\xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi$$

用任意核 $\Pi(s,\xi)$简单地取代(1.26)式、(1.27)式、(1.28)式中的特定的平滑核 $W_h(u,\xi)$，我们就能够定义任何 Cohen 类成员的重排公式：

$$\hat{t}(x;\ t,v) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} s\Pi(t-s,\ v-\xi)W_x(s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s,\ v-\xi)W_x(s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}$$

$$\hat{v}(x;\ t,v) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \xi\Pi(t-s,\ v-\xi)W_x(s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(t-s,\ v-\xi)W_x(s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}$$

$$C_x^{(r)}(t',v';\ \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} C_x(t,v;\ \Pi)\delta(t'-\hat{t}(x;\ t,v))\delta(v'-\hat{v}(x;\ t,v))\ \mathrm{d}t\ \mathrm{d}v$$

如果选择合适的平滑核，重排后的分布能够将相干项的抑制与信号时频聚集性的提高有效地结合起来。

最后应当指出，对于最常见的情形，如 SPWVD 和 RID，其重排算子的计算几乎同频谱图中的计算一样简单。

4. 仿射类分布的重排

类似地，重排方法也适用于时间尺度能量分布。重写其一般表达式为

$$\Omega_x(t,a;\ \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{s}{a},\ v_0-a\xi\right)W_x(t-s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi$$

从式中可以看出，在点$(t,a=v_0/v)$处的分布值是位于以点(t,v)为中心，Π 的基本支撑区为边界的区域内所有点$(t-s,\ \xi)$的 WVD 值的加权平均值。为了避免信号项被展宽，同时为了保证相干项的有效衰减，将平均值重排到能量测度的重心，其坐标为

$$\hat{t}(x;\ t,v) = t - \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} s\Pi\left(\frac{s}{a},\ v_0-a\xi\right)W_x(t-s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{s}{a},\ v_0-\xi\right)W_x(t-s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}$$

$$\hat{v}(x;\ t,v) = \frac{v_0}{\hat{a}(x;\ t,v)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \xi\Pi\left(\frac{s}{a},\ v_0-a\xi\right)W_x(t-s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{s}{a},\ v_0-a\xi\right)W_x(s,\ \xi)\ \mathrm{d}s\ \mathrm{d}\xi}$$

结果得到修正的时间尺度分布，它在任意一点$(t',\ a')$处的值就是被移到这一点的所有分布值之和。

$$\Omega_x^{(r)}(t',\ a';\ \Pi) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} a'^2\Omega_x(t,a;\ \Pi)\delta(t'-\hat{t}(x;\ t,a))\delta(a'-\hat{a}(x;\ t,a))\mathrm{d}t\,\frac{\mathrm{d}a}{a^2}$$

就像在 Cohen 类中得到的结果一样，这些修正的分布不再是双线性的，但是仍然具有时间和尺度的移不变性，对线性调频脉冲信号和脉冲信号能够很好地局域化。

5. 相关方法

利用其他从时频面中提取相关信息的技术，我们可以找到与重排方法相关的方法。

(1) Friedman 瞬时频率密度。

第一个方法是瞬时频率密度。为了利用 STFT 中的相位信息，Friedman 简单地计算了每一个时刻 t 频谱图的频率替代值 $\hat{v}(x;\ t,v)$的直方图，这样得到的时频表示不再是能量分布。这个结果也可以从其他的重排分布中得到。

这里给出一个由 M 文件 friedman.m 得到瞬时频率密度的例子，结果如图 1 - 32 所示。

```
>> [sig1 ifl1]=fmsin(60, 0.15, 0.35, 50, 1, 0.35, 1);
>> [sig2 ifl2]=fmlin(60, 0.3, 0.1); [sig3 ifl3]=fmconst(60, 0.4);
>> sig=[sig1; zeros(8, 1); sig2+sig3];
>> t=1: 2: 127; [tfr, rtfr, hat]=tfrrpwv(sig, t, 128, h);
>> friedman(tfr, hat, t, 'tfrpwv', 1);
```

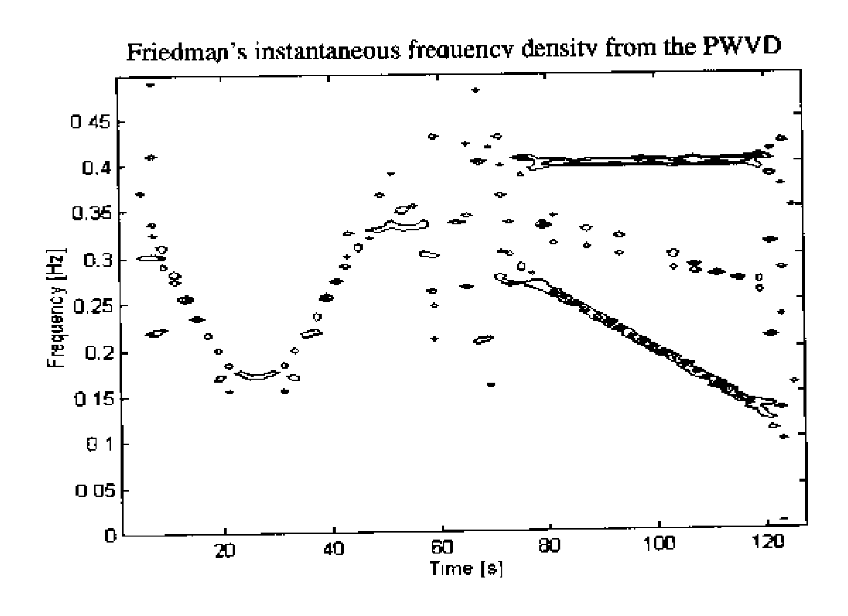


图 1 - 32 信号 sig 的瞬时频率密度

从图中可以看出，仍然存在一些相干项，但是信号项的时频聚集性相当好，尤其是对于线性调频脉冲信号其效果就更好。

(2) 脊和轮廓的提取。

另一个方法是提取信号的脊和轮廓。这种方法从 STFT 或者 CWT 中提取某种特定的曲线，这些曲线由 STFT 或 CWT 的相位平稳点连接而成。实际上，将平稳相位理论应用于下面的频域表示的 CWT$-T_x(t,a;\ \Psi)$的重构公式中：

$$X(v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{a}\,H(av)T_x(t,a;\ \Psi)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vt}\,\mathrm{d}t\,\frac{\mathrm{d}a}{a^2}$$

得到如下的一些特别的点

$$\hat{t}(x;\ t,a) = t - \Phi_h'(v_0) \quad 和 \quad \hat{a}(x;\ t,a) = a \tag{1.29}$$

式中 $\Phi_h(v)=\arg\{H(v)\}$，它构成了一系列被称之为水平脊的曲线。

类似地，将平稳相位理论应用于时域表示的 CWT 中会得到如下形式的点：

$$\hat{t}(x;\ t,a) = t \quad 和 \quad \hat{a}(x;\ t,a) = a\,\frac{v_0}{\Phi_h'(0)} \tag{1.30}$$

式中 $\Phi_h(t)=\arg\{h(t)\}$，它构成了一系列被称之为垂直脊的曲线。脊和重排算子之间的联系表明通过对 (1.29) 式和(1.30) 式的直接推广可以提取任何重排分布的脊。例如，我们从前面信号的频谱图中提取脊，则得到图 1 - 33 所示的结果。

```
>> [tfr, rtfr, hat]=tfrrsp(sig); ridges(tfr, hat);
```

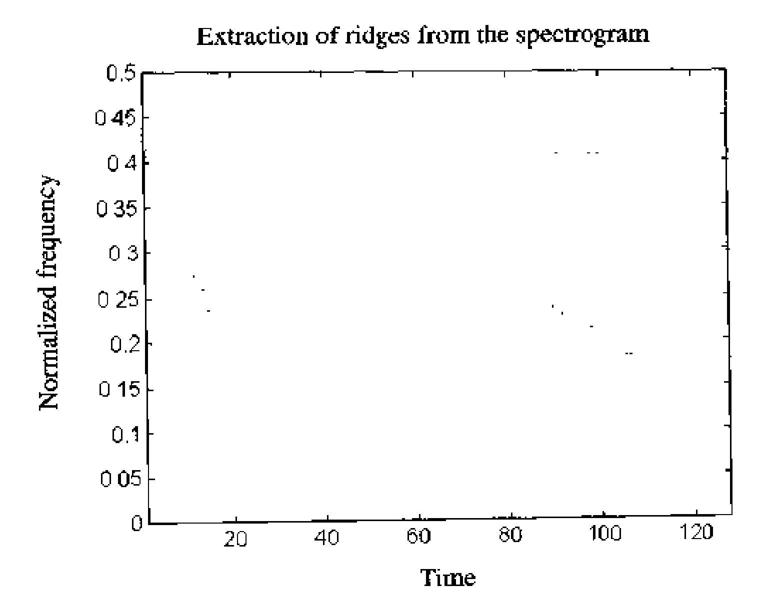


图 1－33 从信号的频谱图中提取信号的脊

从图中可以看出：除了在正弦调频信号的某些特定的地方出现间隙外，这种方法在时频面内有几近理想的聚集性和局域化性质，即使在同一时刻或同一频率出现两个信号成分也是如此。

6. 小结

重排方法通过移动时频表示的值得到了一种新的时频表示形式，重排的这种移动取决于信号和信号的表示。移动的结果虽然造成双线性特性的丢失，但许多表示性质仍然得以保持。重排原理充分利用了时频分布在时间和频率两个方向上的局部结构。试验结果表明，重排方法能够提供更高的时频聚集性，但是并没有完全消除相干项。

1.5 时频图像中信息的提取

到现在为止，我们已经研究了时频面内非平稳信号表示问题的几种主要的分析方法。现在我们再来考虑时频图像的解释问题，这些时频图像描述的是信号频率随时间的演变情况。即使每种时频表示都是为了同一个目的，我们也仍然要根据各自的性质作出不同的解释。比如说，有的表现出很重要的相干项，有的只取正值，还有的对某些特定的信号具有很好的局域化性质等等，所以根据所知的这些性质从时频图像中提取信息时必须谨慎。下面我们将给出一些大概的指导线索。

1.5.1 矩和边缘

某些时频表示的矩和边缘能够提供关于信号的重要信息。比如，要对信号进行解调，通过矩和边缘我们就可以知道该信号的幅度调制和瞬时频率的一些信息。

1. 矩

时频能量分布 tfr 的时间和频率的一阶、二阶矩分别定义如下：

一阶时间矩
$$f_m(t)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f*tfr(t,f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t,f)\,\mathrm{d}f}$$

二阶时间矩
$$B^2(t)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2*tfr(t,f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t,f)\,\mathrm{d}f}-f_m^2(t)$$

一阶频率矩
$$t_m(f)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t*tfr(t,f)\,\mathrm{d}t}{\int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t,f)\,\mathrm{d}t}$$

二阶频率矩
$$T^2(f)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t^2*tfr(t,f)\,\mathrm{d}t}{\int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t,f)\,\mathrm{d}t}-t_m^2(f)$$

它们描述了信号在时间和频率上的平均位置和散布情况。对于某些特定的分布，如果信号是以解析形式表示的，则此信号的一阶时间矩与其瞬时频率对应，而一阶频率矩与群延迟对应。通过文件 momttfr. m 和 momftfr. m 我们可以得到这些矩的数值解。

2. 边缘

时频分布的边缘分布也是人们很感兴趣的内容，其定义如下：

时间边缘
$$m_f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t,f)\mathrm{d}f$$

频率边缘
$$m_t(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t,f)\mathrm{d}t$$

对时频分布很自然的约束为：时间边缘应与信号的瞬时功率相对应，频率边缘应与能量谱密度相对应，亦即

$$m_f(t)=|x(t)|^2 \qquad m_t(f)=|X(f)|^2$$

文件 margtfr. m 用于计算给定时频表示的边缘分布。

1.5.2 相干项的相位信息

任何二次型时频表示都会产生相干项，相干项虽然降低了时频表示的可读性，但同时也包含着信号的一些有用信息，掌握这些相干项的结构及构造规律，有助于解释信号包含的信息。

【例 12】 相干项包含着信号相位的某些信息。考察由两个常值调频信号叠加所生成的信号的 PWVD，假定两个正弦常值调频信号之间存在相移，比较不同相移下的 PWVD，就可以观察到振荡的相干项的时间滑动变化。M 文件 movpwdph. m 可以演示这一过程，如图 1 - 34 所示。

```
>> M=movpwdph(128); movie(M, 10);
```

图 1 - 33 是用 PWVD 分析两个同时发生的复正弦信号得到的几个中间结果，它表明相干项的位置取决于两个成分之间的相移，这些相移分别为 π/4、3π/4、5π/4 和 7π/4。

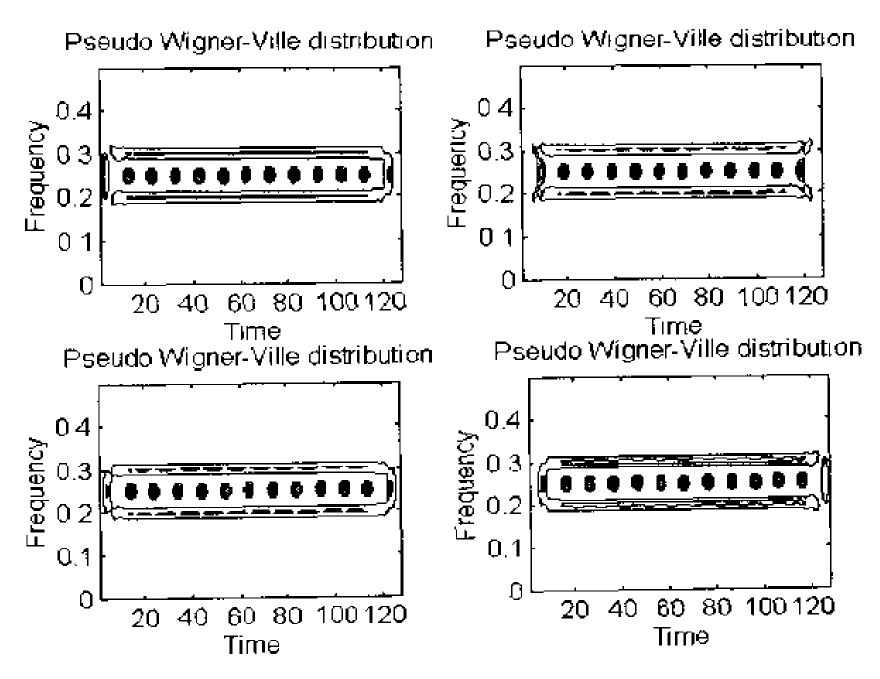


图 1-34　正弦常值调频信号在不同相移下的PWVD

相位特征的第二个例子是可以通过分析PWVD获得信号中相位跳变的信息。比如，对于一个在中间位置出现相位跳变的常值调频信号，由下面的程序可得到如图 1-35 所示的结果。

```
>> M=movpwdph(128, 'C');
>> movie(M, 10);
```

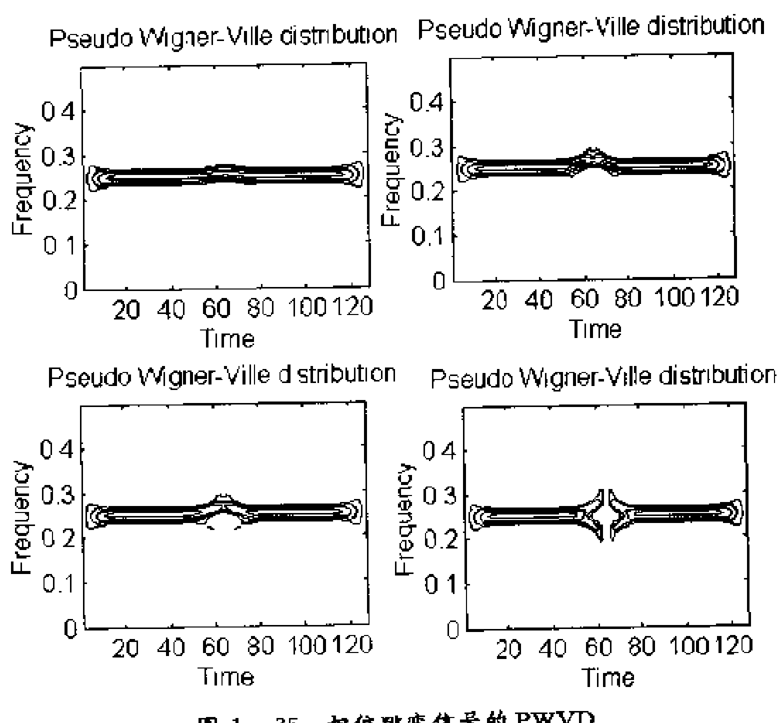


图 1-35　相位跳变信号的PWVD

图 1 - 35 是对在中间位置出现相位跳变的复正弦信号，相位跳变点分别为 $\pi/4$、$3\pi/4$、$\pi/2$ 和 π 时，用 PWVD 进行分析，PWVD 的形状随相位跳变而改变得到的结果。

从图 1 - 35 可以看出，可以用 PWVD 的变化来检测信号中相位的跳变。

1.5.3 Renyi 信息

对于观测到的非平稳信号，另外一个需要知道的信息是组成该信号的基本成分的数目，这就引出下面的问题：两个基本信号到底要相距多远我们才能确定它们是两个信号而不是一个信号？解决这一问题的方法之一就是在信号的时频分布中引入信息量。不幸的是著名的 Shannon 信息量不能用于可能取负值的某些时频分布。Shannon 信息量的定义为

$$I_x = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ \log_2 f(x)\ \mathrm{d}x$$

式中 $f(x)$ 为 x 的概率密度。

因此必须引入允许分布为负值的广义信息量，Renyi 信息量就是这样一种信息量，其定义为

$$R_x^\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \left\{\int_{-\infty}^{+\infty} f^\alpha(x) \mathrm{d}x\right\}$$

式中 α 为信息的阶次，$\alpha=1$ 时的一阶 Renyi 信息量退化为 Shannon 信息量。应用于时频分布 $C_x(t, nu)$ 的三阶 Renyi 信息量定义为

$$R_C^3 = -\frac{1}{2} \log_2 \left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} C_x^3(t, 3u)\ \mathrm{d}t\ \mathrm{d}u\right\}$$

由这个测度产生的结果用位来表示：如果一个基本信号产生零位信息(2^0)，那么两个充分分离的信号产生一位信息(2^1)，四个充分分离的信号产生两位信息(2^2)等等，依此类推。通过计算由一个、两个、四个等基本成分构成的信号的 WVD，然后再计算 Renyi 信息量，就可获得位的信息。文件 renyi.m 可用于计算这种信息量。例如

```
>> sig=atoms(128, [64, 0.25, 20, 1]);
>> [TFR, T, F]=tfrwv(sig);
>> R1=renyi(TFR, T, F)        → R1=-0.275

>> sig=atoms(128, [32, 0.25, 20, 1; 96, 0.25, 20, 1]);
>> [TFR, T, F]=tfrwv(sig);
>> R2=renyi(TFR, T, F)        → R2=0.779

>> sig=atoms(128, [32, 0.15, 20, 1; 96, 0.25, 20, 1; ...
            32, 0.35, 20, 1; 96, 0.35, 20, 1]);
>> [TFR, T, F]=tfrwv(sig);
>> R3=renyi(TFR, T, F)        → R3=1.08029
```

我们将仅包含一个基本成分的信号的信息量置为零，作为基准(减去 R1 即可置零)，则两成分信号的信息量近似为 1(R2－R1＝0.99)，四成分信号的信息量近似为 2(R3－R1＝2.01)。如果时频面中的信号成分相距不够远，则信息量将会受到信号成分重叠或相干

项的影响。Renyi 信息量可以提供一个好的在时间上区分信号的指示，比时间带宽积具有更高的精度。

1.5.4 时频分析在分析判定信号所含信息中的作用

1. 一般考虑

当我们分析一个信号时，需要判定信号的有关信息，这个决策问题的解决包含以下三个层次：

- 检测所观测的信号是否包含某种确定的信息；
- 估计信号在某一次观测中所出现的参数；
- 将这个信号划归为不同类型中的某一类。

在用时频表示理论处理非平稳信号时，这些众所周知的决策理论需要重新加以认识。业已表明，有些最优决策可以在时频面内等价地重新表示出来。这个结论是很有意义的，原因是：一方面，对决策检验问题，基于时频表示的决策检验方法能作出比经典的决策方法(通常在时域内表示)更为简单的解释；另一方面，对于给定的准则，当决策理论找不到最优解时，时频分析基于对被分析信号的更好理解却可能得到其次优解。例如，为了改善时频检测器的鲁棒性，对时频检测器加以简单的修正，就可使其适应被测非平稳信号的变化。

2. 线性调频脉冲信号的性测与估计

在时频面内 WVD 对线性调频脉冲信号具有理想的时频聚集性。在时域中对线性调频脉冲信号进行检测和估计比较困难，在时频域中对线性调频脉冲信号的检测和估计可以转化为检测和估计图像中的直线的问题。众所周知，这是模式识别中很容易就能解决的一个问题。例如，专门用于检测图像中的直线的 Hough 变换很容易地就可以做到这一点。

(1) Hough 变换：

直线的极坐标形式为

$$x\cos\theta + y\sin\theta = \rho$$

对于检测图像中的直线问题，采用极坐标表示形式比采用直角坐标表示形式更合适。Hough 变换可以把直角坐标表示的图像 I 中的每个点(x, y)变换为极坐标中一条相关的正弦曲线，曲线上每一点的幅度等于图像中像素点(x, y)的亮度。这样，图像 I 中的所有点，通过 Hough 变换转换为在极坐标中相交的一束正弦曲线。换句话说，Hough 变换在图像 I 中沿着直线积分，每个积分值都会影响与这条直线的参数相关联的点(ρ, θ)。因此，如果图像 I 中某些亮度值高的像素点聚集在一条直线附近，那么我们将在极坐标平面内观察到一个波峰，其坐标与直线的参数有直接的联系。这种方法很容易推广应用于其它参数曲线(如双曲线)中。Hough 变换可以通过文件 htl.m 来计算。

(2) Wigner - Hough 变换：

设有一信号：

$$x(t) = e^{j2\pi(v_0 t + \beta/2 t^2)} + n(t)$$

观察时间长度为 t，$n(t)$为高斯白噪声的信号，当我们对信号的 WVD 进行 Hough 变换时，得到一种新的变换，称之为 WHT，其定义式如下：

$$\begin{aligned} \mathrm{WHT}_x(v_0, \beta) &= \int_T W_x(t, v_0 + \beta t) \mathrm{d}t \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_T x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \mathrm{e}^{-j2\pi(v_0 + \beta t)\tau} \mathrm{d}t \mathrm{d}\tau \end{aligned} \tag{1.31}$$

将 WHT 与一个阈值进行比较就构成了检测检验，未知参数 v_0 和 β 的估计值由参数空间 (v_0, β) 中所检测到的波峰的坐标给出。根据 WVD 的幺正性(即 Moyal 公式)，这种检测检验是渐进最优的(当 $t\to\infty$ 时这种检测检验是最优的)。此外，估计是渐进有效的(即估计量渐进地达到罗-克拉美下界)。与经典的决策检验方法——广义似然比检验方法相比，这种方法在处理包含多成分估号的情况时具有以下优点：

① 这种方法不必估计每个估号成分的初始相位和幅度，因为初始相位和幅度通常并不提供任何有用信息。

② 这种方法不随待分析信号中所含有的信号成分的数目 N_c 的增加而增加，而经典的检测检验方法 GLRT 的复杂性却随 N_c 的增加而呈线性增加。

下面我们举一个例子来说明这种决策检验方法。首先，我们产生一个带有高斯白噪声的线性调频脉冲信号，信噪比为 1 分贝。

```
>> N=64; sig1=sigmerge(fmlin(N, 0, 0.3), noisecg(N), 1);
```

然后，对其 WVD 进行 Hough 变换，分别得到图 1-36 和图 1-37 所示的结果。

```
>> tfr=tfrwv(sig1); contour(tfr, 5);
>> htl(tfr, N, N, 1);
```

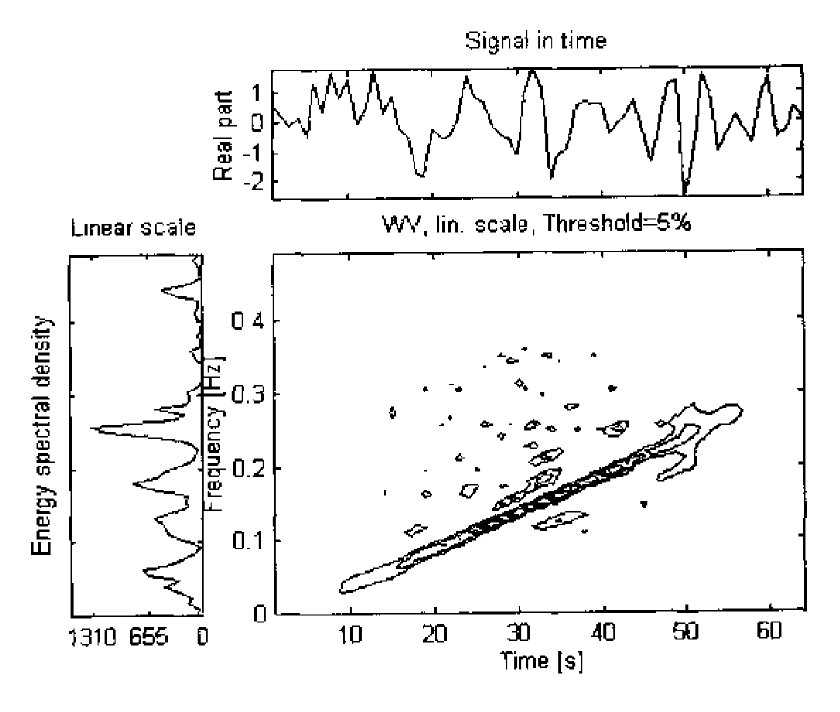


图 1-36 信号 sig1 的 WVD

从图 1-36 和图 1-37 可以看出，在参数空间 (v_0, β) 内，出现了一个代表线性调频脉冲信号的波峰，其能量比代表噪声信号的波峰的能量明显大得多。于是决策检验就非常简单了，只需对所得到的时频表示规定一个阈值(阈值的大小由检测标准来定)，如果出现高过此阈值的波峰，则说明存在线性调频脉冲信号，否则就不存在，而波峰的坐标 $(\hat{\rho}, \hat{\theta})$ 能

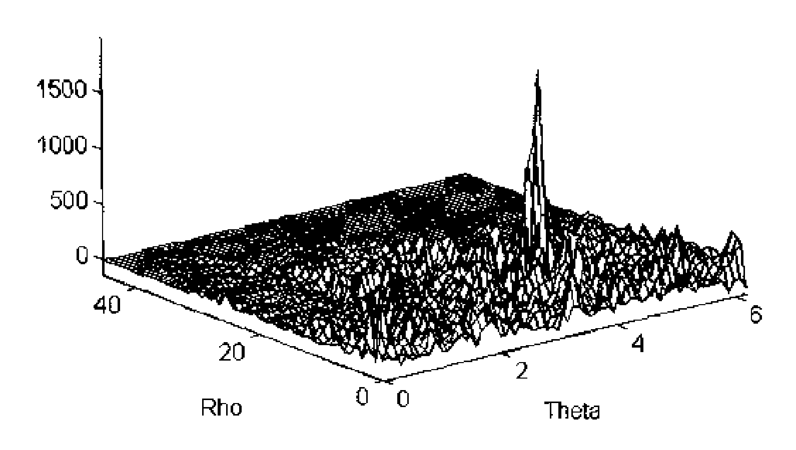


图 1-37　信号 sig1 的 Hough 变换

够提供调频信号参数估计值的信息。从$(\hat{\rho}, \hat{\theta})$到$(v_0, \beta)$的变换与从极坐标到直角坐标的变换相对应。

多成分信号会产生相干项的问题，但是，由于相干项的振荡性结构，通过积分表达式(1.31)，它将被削减。我们通过下面的例子可以看出这一点。我们将两个具有不同初始频率和扫描率(sweep rates)的线性调频脉冲信号叠加起来，先计算所得信号的 WVD，再对所得的 WVD 进行 Hough 变换，得到如图 1-38 和图 1-39 所示的结果。

```
>> N=64; sig2=sigmerge(fmlin(N, 0, 0.4), fmlin(N, 0.3, 0.5), 1);
>> tfr=tfrwv(sig2); contour(tfr, 5);
>> htl(tfr, N, N, 1);
```

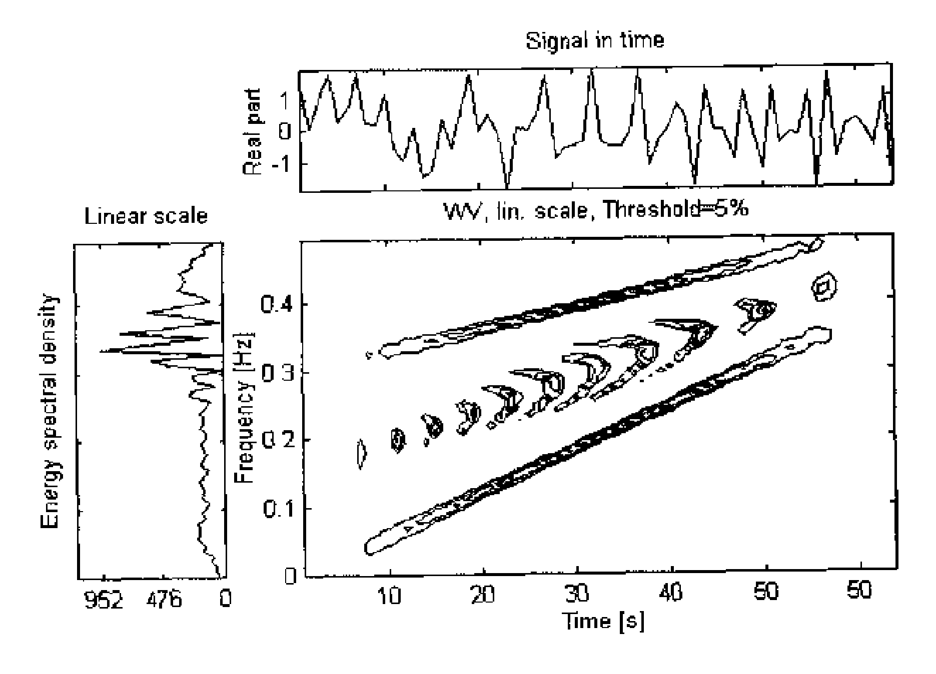


图 1-38　信号 sig2 的 WVD

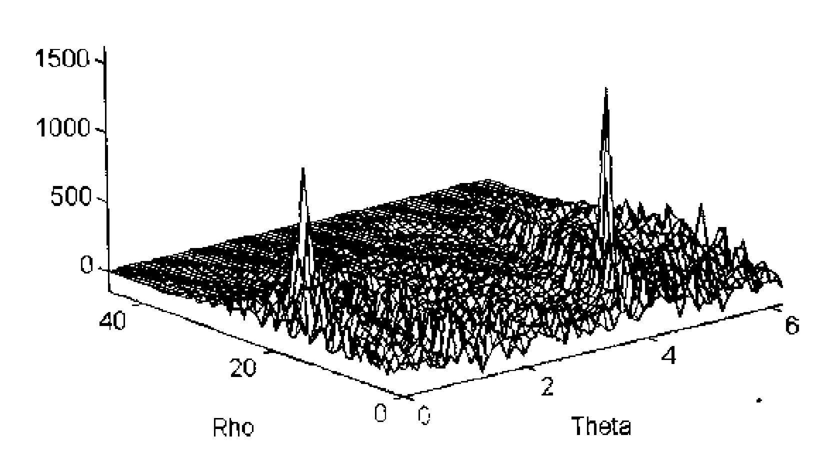


图 1 - 39 信号 sig2 的 Hough 变换

比较图 1 - 36～图 1 - 39 可以看出，信号的 WVD 存在严重的相干项，而在参数空间里，尽管 WHT 中引入了非线性，两个信号成分还是被很好地分离开了。同样，两个波峰的坐标提供了两个信号成分参数估计值的信息。

第2章 时频分析工具箱

2.1 应用背景

对于非平稳信号而言，时频局域性质是其最根本、最关键的性质。为了分析和处理非平稳信号，人们对Fourier分析进行了推广乃至根本性的革命，提出并发展了一系列新的信号分析理论——短时Fourier变换、时频分析、Gabor变换、小波变换、Randon－Winger变换、分数阶Fourier变换、线性调频小波变换、循环统计量理论和调幅-调频信号分析等。时频分析的任务是要描述信号的频谱含量怎样在时间上变化，研究并了解时变频谱在数学上和物理上是一个怎样的概念，其最终目的是要建立一种分布，以便能在时间和频率上同时表示信号的能量或者强度。该工具箱主要是面向具有信号处理理论的工程师和研究人员的。需要指出的是，掌握傅里叶变换、申农采样、平稳性等概念，对更好地理解本书是非常重要的。

2.2 时频分析工具箱概述

时频工具箱是一个M文件的集合，这些M文件是为了利用时频分布对非平稳信号进行分析而开发的，该工具箱由三部分组成。

（1）信号产生文件。它包括选择信号的瞬时幅值、瞬时频率、特定信号、生成噪声和信号的尺度变换等函数。

选择信号的瞬时幅值	
amexpo1s	产生单侧指数调幅信号
amexpo2s	产生双侧指数调幅信号
amgauss	产生高斯调幅信号
amrect	产生矩形调幅信号
amtriang	产生三角调幅信号

选择信号的瞬时频率	
fmconst	产生常值调频信号
fmhyp	产生双曲线调频信号或群延迟
fmlin	产生线性调频信号
fmodany	产生任意调频信号
fmpar	产生抛物线调频信号
fmpower	产生幂律调频信号
fmsin	产生正弦调频信号
gdpower	产生幂律群延迟信号

特殊信号的选择	
altes	产生时域的交变信号
anaask	产生振幅键控信号(ASK)
anabpsk	产生双相键控信号(BPSK)
anafsk	产生频移键控信号(FSK)
anapulse	产生单位幅度脉冲信号的解析投影
anaqpsk	产生四相键控信号(QPSK)
anasing	产生利谱希茨(Lipschitz)奇异性
anastep	产生单位阶跃信号的解析投影
atoms	产生基本高斯元的线性组合信号
dopnoise	产生复多普勒随机信号
doppler	产生复多普勒信号
klauder	产生时域的 Klauder 小波
mexhat	产生时域墨西哥帽(Mexican hat)小波
window	产生生成窗

噪声实现	
noisecg	生成解析复高斯噪声
noisecu	生成解析复单位白噪声

信号的尺度变换	
scale	用梅林变换对信号进行尺度变换

(2) 信号处理文件。它包括信号的时域处理、频域处理、线性时频处理、科恩(Cohen)类双线性时频处理、仿射类双线性时频处理、重排时频处理、模糊函数、解释帮助以及可视化和备份等函数。

信号的时域处理	
ifestar2	用二阶自回归(AR2)模型估计信号的瞬时频率
instfreq	估计瞬时频率
loctime	时间局域特征

信号的频域处理	
fmt	快速梅林变换
ifmt	快速梅林逆变换
locfreq	频率局域特征
sgrpdlay	群延迟估计

信号的线性时频处理	
tfrgabor	信号的盖博(Gabor)表示
tfrstft	短时傅里叶变换

科恩(Cohen)类信号的双线性时频处理	
tfrbj	波恩－约旦(Born－Jordan)时频分布
tfrbud	巴特沃斯(Butterworth)时频分布
tfrcw	乔伊－威廉斯(Choi－Williams)时频分布
tfrgrd	广义矩形时频分布
tfrmh	马根诺－希尔(Margenau－Hill)时频分布
tfrmhs	马根诺－希尔(Margenau－Hill)谱图时频分布
tfrmmce	联合谱图的最小平均互熵
tfrpage	Page 时频分布
tfrpmh	伪马根诺－希尔(Margenau－Hill)时频分布
tfrppage	伪 Page 时频分布
tfrpwv	伪魏格纳－维尔(Wigner－Ville)时频分布
tfrri	里哈钦科(Rihaczek)时频分布
tfrridb	减小相干项分布(贝塞尔(Bessel)窗)
tfrridbn	减小相干项分布(二项(Biomial)窗)
tfrridh	减小相干项分布(汉宁(Hanning)窗)
tfrridt	减小相干项分布(三角(Triangular)窗)
tfrsp	谱图时频分布
tfrspwv	平滑伪魏格纳－维尔(Wigner－Ville)时频分布
tfrwv	魏格纳－维尔(Wigner－Ville)时频分布
tfrzam	赵－阿特拉斯－马克斯(Zhao－Atlas－Marks)时频分布

仿射类信号的双线性时频处理	
tfrbert	单位伯特兰(Bertrand)时频分布
tfrdfla	D-Flandrin 时频分布
tfrscalo	Morlet 或 Mexican hat 小波尺度图
tfrspaw	平滑的伪仿射魏格纳(Vigner)时频分布
tfrunter	active 或 passive Unterberger 时频分布

信号的重排时频处理	
tfrrgab	重排盖博谱图
tfrrmsc	重排 Morlet 尺度图时频分布
tfrrpmh	重排伪 Margenau-Hill 时频分布
tfrrppag	重排伪 Page 时频分布
tfrrpwv	重排伪 Wigner-Ville 时频分布
tfrrsp	重排谱图
tfrrspwv	重排平滑伪 Wigner-Ville 时频分布

模糊函数	
ambifunb	窄带模糊函数
ambifuwb	宽带模糊函数

解释帮助	
friedman	瞬时频率密度
holder	通过仿射类时频表示估计 Holder 指数
htl	检测图像中直线的 Hough 变换
margtfr	时频表示的边缘和能量
midscomp	用于构造干扰图的中间点
momftfr	时频表示的频率矩
momttfr	时频表示的时间矩
plotsid	调频信号干涉图的示意图
renyi	Renyi 信息测度
ridges	从重排时频表示提取脊
tfrideal	给定瞬时频率规律的理想时频表示

可视化和备份	
plotifl	绘制归一化瞬时频率规律图
tfrparam	返回显示(保存)时频表示所需的参数
tfrqview	时频表示的快速可视化
tfrsave	保存时频表示的参数
tfrview	时频表示的可视化

(3) 其它相关函数。

其　它	
disprog	显示循环的进程
divider	把一个整数分解为与其平方根最接近的两个整数之积
dwindow	导出窗
integ	积分近似
iteg2d	二维积分近似
izak	Zak 逆变换
kaytth	计算 Kay - Tretter 滤波
modulo	计算向量中每个元素对模 N 的同余值
movcw4at	由 Choi - Williams 分布分析的四元旋转
movpwdph	相移对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响
movpwjph	相位跳变对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响
movsc2wv	尺度图转换为 Wigner - Ville 分布的动画演示
movsp2wv	谱图转换为 Wigner - Ville 分布的动画演示
movwv2at	Wigner - Ville 分布相干项的振荡结构
odd	得到某向量(数)中每个元素最接近的奇数整数值，若为偶数，则加 1
sigmerge	两个信号以给定的能量比(dB)相加
zak	计算 Zak 变换

2.3 时频分析工具箱函数

在这一节里，我们将详细介绍在 MATLAB 中用于时频分析的各种工具箱函数，对每个函数从算法功能、语法格式、使用说明以及用法举例等几方面进行阐述。另外，用户也可以通过在线联机帮助得到相关信息。

2.3.1 信号产生文件

信号产生文件包括选择信号的瞬时幅值、瞬时频率、特定信号、生成噪声和信号的尺度变换等函数。下面我们从这几个方面详细讲述有关函数的用法。

一、选择信号的瞬时幅值

1. amexpo1s

功能：产生单侧指数调幅信号。

格式：

(1) y=amexpo1s(N)

(2) y=amexpo1s(N，t0)

(3) y=amexpo1s(N，t0，T)

说明：该函数产生单侧指数调幅信号。例如，格式(3)产生采样点数为 N、起始时间为 t0、时间散布为 T 的单侧指数调幅信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
t0	起始时间	N/2
T	时间散布	2 * sqrt(N)
y	信号	

举例：

【例 1】 采样点数为 160 的单侧指数调幅信号。

```
>> z=amexpo1s(160);
>> subplot(421); plot(z);
```

结果如图 2 - 1 所示。

【例 2】 采样点数为 160、起始时间为 20、时间散布为 40 的单侧指数调幅信号。

```
>> z=amexpo1s(160, 20, 40);
>> subplot(422); plot(z);
```

结果如图 2 - 2 所示。

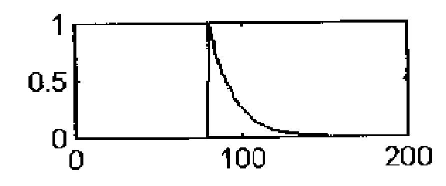


图 2 - 1 单侧指数调幅信号

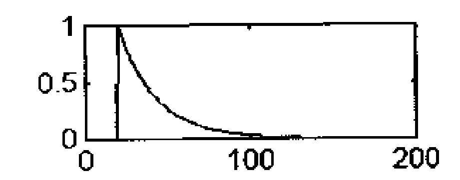


图 2 - 2 单侧指数调幅信号

参见：函数 amexpo2s、amgauss、amrect、amtriang。

2. amexpo2s

功能：产生双侧指数调幅信号。

格式：

(1) y=amexpo2s(N)

(2) y=amexpo2s(N , t0)

(3) y=amexpo2s(N , t0 , T)

说明：该函数产生一个双侧指数调幅信号。例如，格式(3)产生采样点数为N、中心时间为t0、时间散布为T的双侧指数调幅信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
t0	中心时间	N/2
T	时间散布	2 * sqrt(N)
y	信号	

举例：

【例1】 采样点数为160的双侧指数调幅信号。

```
>> z=amexpo2s(160);
>> subplot(431); plot(z);
```

结果如图2-3所示。

【例2】 采样点数为160、中心时间为90、时间散布为40的双侧指数调幅信号。

```
>> z=amexpo2s(160 , 90 , 40);
>> subplot(432); plot(z);
```

结果如图2-4所示。

【例3】 采样点数为160、中心时间为180、时间散布为50的双侧指数调幅信号。

```
>> z=amexpo2s(160 , 180 , 50);
>> subplot(433); plot(z);
```

结果如图2-5所示。

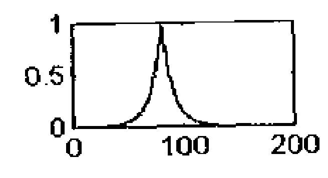


图2-3 双侧指数调幅信号

图2-4 双侧指数调幅信号

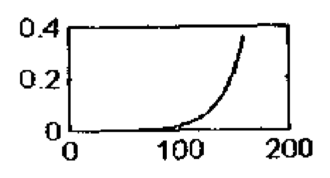


图2-5 双侧指数调幅信号

参见：函数amexpols、amgauss、amrect、amtriang。

3. amgauss

功能：产生高斯调幅信号。

格式：

(1) y=amgauss(N)

(2) y=amgauss(N , t0)

(3) y=amgauss(N , t0 , T)

说明：该函数产生高斯调幅信号。例如，格式(3)产生采样点数为 N、中心时间为 t0、时间散布为 T 且 y(t0)＝1 的高斯调幅信号。y(t0＋T/2)和 y(t0－T/2)约等于 0.5。

$$y(t) = e^{-\pi(\frac{t-t_0}{T})^2}$$

名 称	说 明	缺省值
N	采样点数	
t0	中心时间	N/2
T	时间散布	2 * sqrt(N)
y	信号	

举例：

【例 1】 采样点数为 160 的高斯调幅信号。

```
>> z=amgauss(160);
>> subplot(431); plot(z);
```

结果如图 2－6 所示。

【例 2】 果样点数为 160、中心时间为 90、时间散布为 40 的高斯调幅信号。

```
>> z=amgauss(160 , 90 , 40);
>> subplot(432); plot(z);
```

结果如图 2－7 所示。

【例 3】 采样点数为 160、中心时间为 180、时间散布为 50 的高斯调幅信号。

```
>> z=amgauss(160 , 180 , 50);
>> subplot(433); plot(z);
```

结果如图 2－8 所示。

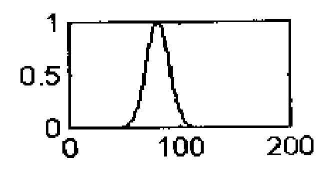


图 2－6 高斯调幅信号

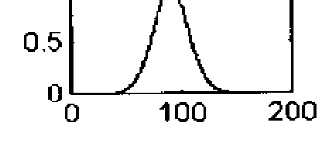


图 2－7 高斯调幅信号

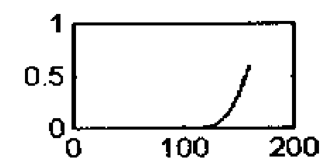


图 2－8 高斯调幅信号

参见：函数 amexpo1s、amexpo2s、amrect、amtriang。

4．amrect

功能：产生矩形调幅信号。

格式：

(1) y=amrect(N)

(2) y=amrect(N , t0)

(3) y=amrect(N , t0 , T)

说明：该函数产生矩形调幅信号。例如，格式(3)产生采样点数为 N、中心时间为 t0、时间散布为 T 的矩形调幅信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
t0	中心时间	N/2
T	时间散布	2 * sqrt(N)
y	信号	

举例：

【例 1】 采样点数为 160 的矩形调幅信号。

```
>> z=amrect(160);
>> subplot(431); plot(z);
```

结果如图 2 - 9 所示。

【例 2】 采样点数为 160、中心时间为 90、时间散布为 40 的矩形调幅信号

```
>> z=amrect(160 , 90 , 40);
>> subplot(432); plot(z);
```

结果如图 2 - 10 所示。

【例 3】 采样点数为 160、中心时间为 180、时间散布为 50 的矩形调幅信号。

```
>> z=amrect(160 , 180 , 50);
>> subplot(433); plot(z);
```

结果如图 2 - 11 所示。

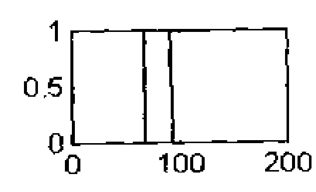


图 2 - 9　矩形调幅信号

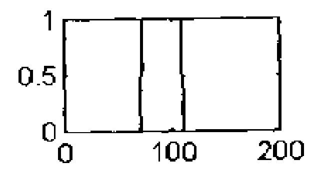


图 2 - 10　矩形调幅信号

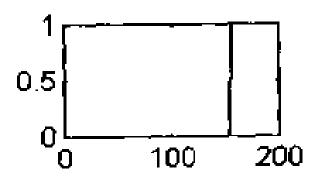


图 2 - 11　矩形调幅信号

参见：函数 amexpo1s、amexpo2s、amgauss、amtriang。

5. amtriang

功能：产生三角调幅信号。

格式：

(1) y=amtriang(N)

(2) y=amtriang(N, t0)

(3) y=amtriang(N, t0, T)

说明：该函数产生三角调幅信号。例如，格式(3) 产生采样点数为 N、中心时间为 t0、时间散布为 T 的三角调幅信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
t0	中心时间	N/2
T	时间散布	2 * sqrt(N)
y	信号	

举例：

【例 1】 采样点数为 160 的三角调幅信号。

```
>> z=amtriang(160);
>> subplot(431); plot(z);
```

结果如图 2 - 12 所示。

【例 2】 采样点数为 160、中心时间为 90、时间散布为 40 的三角调幅信号。

```
>> z=amtriang(160 , 90 , 40);
>> subplot(432); plot(z);
```

结果如图 2 - 13 所示。

【例 3】 采样点数为 160、中心时间为 180、时间散布为 50 的三角调幅信号。

```
>> z=amtriang(160 , 180 , 50);
>> subplot(433); plot(z);
```

结果如图 2 - 14 所示。

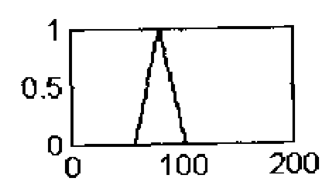


图 2 - 12 三角调幅信号

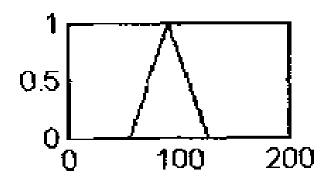


图 2 - 13 三角调幅信号

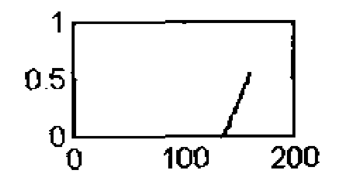


图 2 - 14 三角调幅信号

参见：函数 amexpo1s、amexpo2s、amgauss、amrect。

二、选择信号的瞬时频率

1．fmconst

功能：产生常值调频信号。

格式：

(1) [y , iflaw]=fmconst(N)

(2) [y , iflaw]=fmconst(N , fnorm)

(3) [y , iflaw]=fmconst(N , fnorm , t0)

说明：该函数产生恒定频率单位幅值的调频信号。调制信号的相位由使 y(t0)=1 的 t0 决定。该信号是解析的。

名称	说明	缺省值
N	点数	
fnorm	归一化频率	0.25
t0	时间中心	N/2
y	信号	
iflaw	瞬时频率规律	

举例：

```
>> z=amgauss(128 , 50, 30). * fmconst(128 , 0.05, 50);
>> subplot(421); plot(real(z));
```

结果如图 2－15 所示。

该例表示归一化频率为 0.05 的复正弦信号的实部，中心时间为 t0=50。当 t=t0 时高斯调幅最大。

参见：函数 fmlin、fmsin、fmodany、fmhyp、fmpar、fmpower。

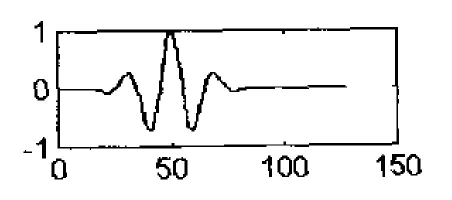


图 2－15 常值调频信号

2. fmhyp

功能：产生双曲线调频信号或群延迟。

格式：

(1) [x , iflaw]=fmhyp(N , P1)

(2) [x, iflaw]=fmhyp(N , P1 , P2)

说明：该函数产生双曲线调频信号或群延迟。

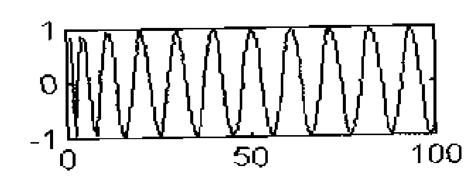
$$x(t) = \exp\left(i2\pi\left(f_0 t + \frac{c}{\lg|t|}\right)\right)$$

名称	说明	缺省值
N	时间上的采样点数	
P1	如果 nargin=2，则 P1 为包含两个系数[f0 c]的向量；如果 nargin=3，则 P1 和 P2 是形如[ti fi]的时频点，ti 是秒，fi 是归一化频率(0<fi<0.5)。系数 f0 和 c 根据 P1 和 P2 点的调频要求确定	
P2	同 nargin=3 时 P1 的取值	可选项
x	包含调制信号采样值的时间行向量	
iflaw	瞬时频率	

举例：

```
>> [x , iflaw]=fmhyp(100 , [1  0.5], [32  0.1]);
>> subplot(421); plot(real(x));
>> subplot(422) ; plot(iflaw);
```

结果如图 2－16 所示。



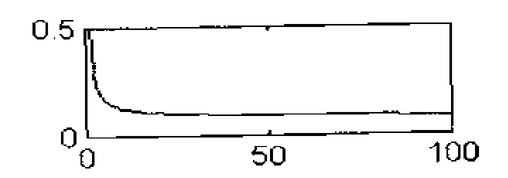


图 2－16 双曲线调频信号及瞬时频率

参见：函数 fmlin、fmsin、fmpar、fmconst、fmodany、fmpower。

3. fmlin

功能：产生线性调频信号。

格式：

(1) [y , iflaw]=fmlin(N)

(2) [y , iflaw]=fmlin(N , fnormi)

(3) [y , iflaw]=fmlin(N , fnormi , fnormf)

(4) [y , iflaw]=fmlin(N , fnormi , fnormf , t0)

说明：该函数产生线性调频信号。例如，格式(4)产生频率上、下限为(fnormi, fnormf)，相位调制使得 y(t0)=1 的线性调频信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
fnormi	初始归一化频率	0
fnormf	终态归一化频率	0.5
t0	相位的时间参数	N/2
y	信号	
iflaw	瞬时频率	

举例：

```
>> z=amgauss(128 , 50, 40).*fmlin(128 , 0.05, 0.3 , 50);
>> subplot(421); plot(real(z));
```

结果如图 2-17 所示。

参见：函数 fmconst、fmsin、fmodany、fmhyp、fmpar、fmpower。

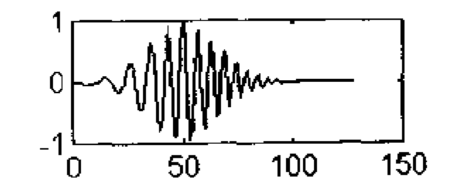


图 2-17 线性调频信号

4. fmodany

功能：产生任意调频信号。

格式：

(1) [y, iflaw]=fmodany(iflaw)

(2) [y, iflaw]=fmodany(iflaw , t0)

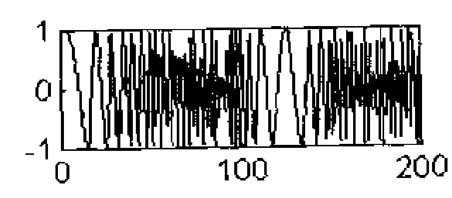
说明：该函数产生调频信号，该信号的瞬时频率由 iflaw 向量近似给定(积分由 MATLAB中 datafun 工具箱中的 cumsum 函数近似确定)。例如，格式(2)产生相位调制使得y(t0)=1 的调频信号。

名称	说明	缺省值
iflaw	瞬时频率的采样信号向量	
t0	时间参数	1
y	输出信号	

举例：

```
>> [y1 , ifl1]=fmlin(100) ;
>> [y2 , ifl2]=fmsin(100);
>> iflaw=[ifl1 ; ifl2]; sig=fmodany(iflaw);
>> subplot(421); plot(real(sig));
>> subplot(422) ; plot(iflaw);
```

结果如图 2 - 18 所示。该例显示了由两个连续调制频率组成的信号，其中一个是线性调幅信号，另一个是正弦调幅信号。



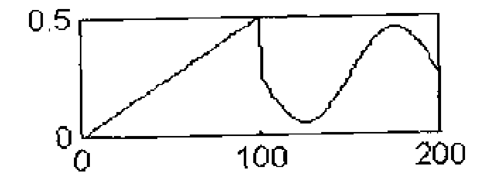


图 2 - 18　任意调频信号及瞬时频率

参见： 函数 fmconst、fmlin、fmsin、fmpar、fmhyp、fmpower。

5. fmpar

功能： 产生抛物线调频信号。

格式：

(1) [x, iflaw]=fmpar(N , P1)

(2) [x, iflaw]=fmpar(N , P1 , P2 , P3)

说明： 该函数产生抛物线调频信号。

$$x(t) = \exp\left(i2\pi\left(a_0 t + \frac{a_1}{2}t^2 + \frac{a_2}{3}t^3\right)\right)$$

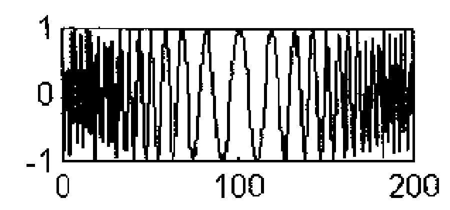
名称	说明	缺省值
N	时间上的采样点数	
P1	如果 nargin=2，则 P1 为包含多项式瞬时相位的三个系数(a0, a1, a2)的向量；如果 nargin=4，则 P1、P2 和 P3 是形如[ti　fi]的时频点，系数 a0, a1, a2 由这三点的调频率确定	
P2, P3	同 nargin=4 时 P1 的取值	可选项
x	包含调制信号采样值的行向量	
iflaw	瞬时频率	

举例：

【例 1】

```
>> [x , iflaw]=fmpar(200 , [1 0.4], [100 0.05], [200 0.4]);
>> subplot(421); plot(real(x));
>> subplot(422) ; plot(iflaw);
```

结果如图 2 - 19 所示。



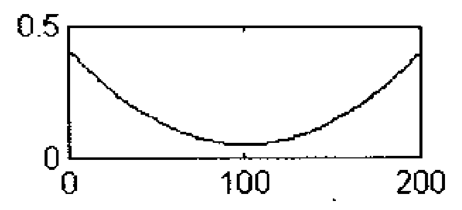
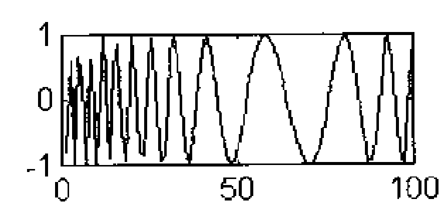


图 2-19 抛物线调频信号(采样点为 200)及瞬时频率

【例 2】

```
>> [x , iflaw]=fmpar(100 , [0.4 -0.0112 8.6806e-05]);
>> subplot(421); plot(real(x));
>> subplot(422) ; plot(iflaw);
```

结果如图 2-20 所示。



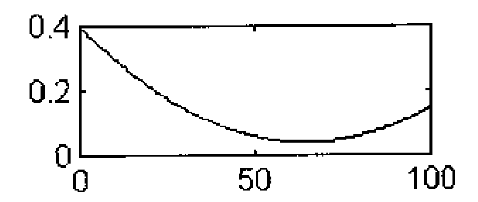


图 2-20 抛物线调频信号(采样点为 100)及瞬时频率

参见：函数 fmconst、fmhyp、fmlin、fmsin、fmodany、fmpower。

6. fmpower

功能：产生幂律调频信号。

格式：

(1) [x, iflaw]=fmpower(N , k , P1)

(2) [x, iflaw]=fmpower(N , k , P1 , P2)

说明：该函数产生幂律的调频信号。

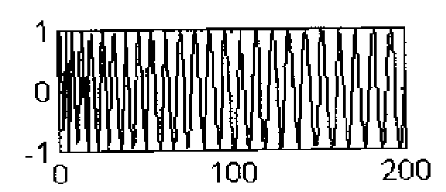
$$x(t) = \exp\left(j2\pi\left(f_0 t + \frac{c}{1-k}|t|^{1-k}\right)\right)$$

名称	说明	缺省值
N	时间上的采样点数	
k	幂($k \neq 1$)	
P1	如果 nargin=3，则 P1 为包含幂律瞬时频率的两个系数[f0 c]的向量(采样频率为 1)；如果 nargin=4，则 P1 和 P2 是形如[ti fi]的时频点，ti 是秒，fi 是归一化频率(0<fi<0.5)，系数 f0 和 c 根据 P1 和 P2 点的调频要求确定	
P2	同 nargin=4 时 P1 的取值	可选项
x	包含调制采样信号的行向量	
iflaw	瞬时频率	

举例：

```
>> [x , iflaw]=fmpower(200 , 0.5 , [1 0.5], [180 0.1]);
>> subplot(421); plot(real(x));
>> subplot(422) ; plot(iflaw);
```

结果如图 2－21 所示。



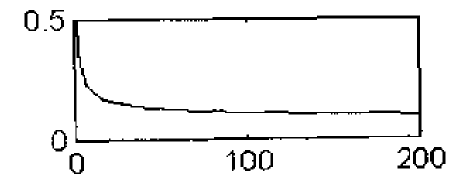


图 2－21　幂律调频信号及瞬时频率

参见：函数 gdpower、fmconst、fmlin、fmhyp、fmpar、fmodany、fmsin。

7. fmsin

功能：产生正弦调频信号。

格式：

(1) [y , iflaw]=fmsin(N)

(2) [y , iflaw]=fmsin(N , fmin)

(3) [y , iflaw]=fmsin(N , fmin , fmax)

(4) [y , iflaw]=fmsin(N , fmin , fmax , period)

(5) [y , iflaw]=fmsin(N , fmin, fmax , period , t0)

(6) [y , iflaw]=fmsin(N , fmin , fmax , period , t0, f0)

(7) [y , iflaw]=fmsin(N , fmin , fmax , period , t0, f0 , pm1)

说明：该函数产生正弦调频信号。例如，格式(7)产生最小频率为 fmin，最大频率为 fmax，通过正弦调制使得 t0 时刻的瞬时频率等于 f0 的正弦调频信号。

名称	说　明	缺省值
N	采样点数	
fmin,	最小归一化频率	0.05
fmax	最大归一化频率	0.45
period	正弦调频周期	N
t0	相位的时间基准	N/2
f0	t0 时刻的归一化频率	0.25
pm1	t0 时刻的频率方向(＋1 或－1)	＋1
y	信号	
iflaw	瞬时频率	

举例：

```
>> z=fmsin(140 , 0.05 , 0.45 , 100, 20 , 0.3, -1.0);
>> subplot(421); plot(real(z));
```

结果如图 2 - 22 所示。

参见：函数 fmconst、fmlin、fmodany、fmhyp、fmpar、fmpower。

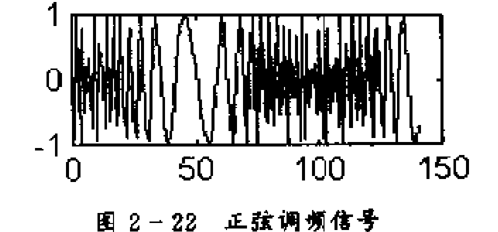


图 2 - 22 正弦调频信号

8. gdpower

功能：产生幂律群延迟信号。

格式：

(1) [x , gpd , f]=gdpower(N)

(2) [x , gpd , f]=gdpower(N , k)

(3) [x , gpd , f]=gdpower(N , k , c)

说明：该函数产生幂律群延迟信号，输出信号具有单位能量。例如，格式(3)产生形式为 $t_x(f) = t_0 + cf^{k-1}$ 的幂律群延迟信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数(必须为偶数)	
k	幂律的度(幂律的指数)	0
c	幂律群延迟的速率，必须为不等于零的数	1
x	包含信号采样值的时间行向量	
gpd	长度为 N/2，包含群延迟采样值的输出向量	
f	频率	

举例：

考虑双曲线群延迟律，计算它的 Bertrand 分布。

```
>> sig= gdpower(128);
>> tfrbert(sig, 1: 128, 0.01 , 0.3 , 128 , 1);
```

结果如图 2 - 23 所示。

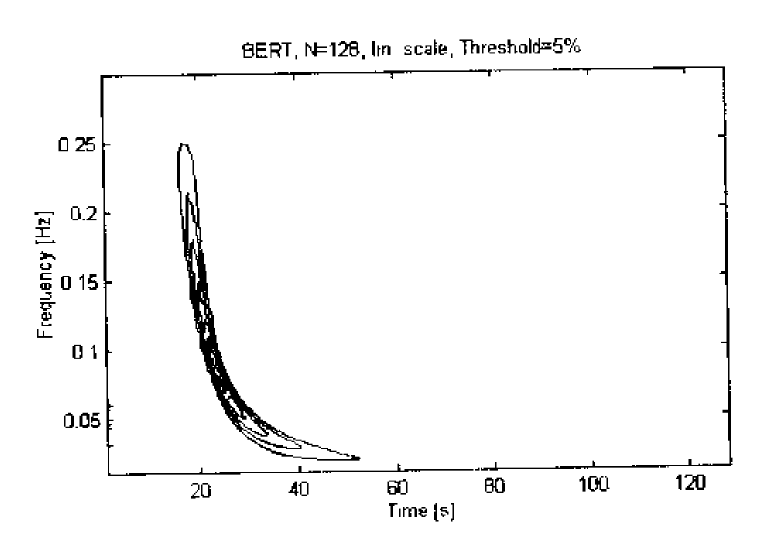


图 2 - 23 双曲线群延迟信号的 Bertrand 分布

注意到 Bertrand 分布对双曲线群延迟信号进行处理可以得到近乎完美的局域化特性。

```
>> [sig , gpd , f]=gdpower(128 , 1/2);
>> subplot(411); plot(gpd , f);
```

结果如图 2 - 24 所示。

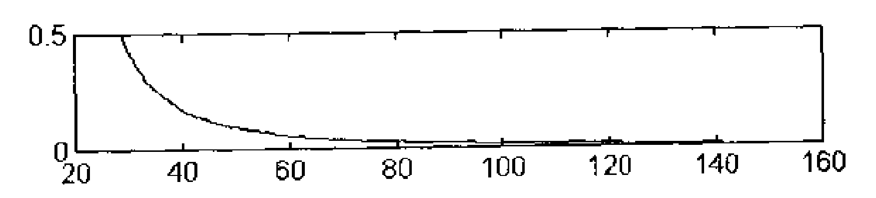


图 2 - 24 群延迟信号采样值输出图

```
>> tfrdfla(sig , 1: 128 , 0.01, 0.3 , 128 , 1);
```

结果如图 2 - 25 所示。

参见：函数 fmpower。

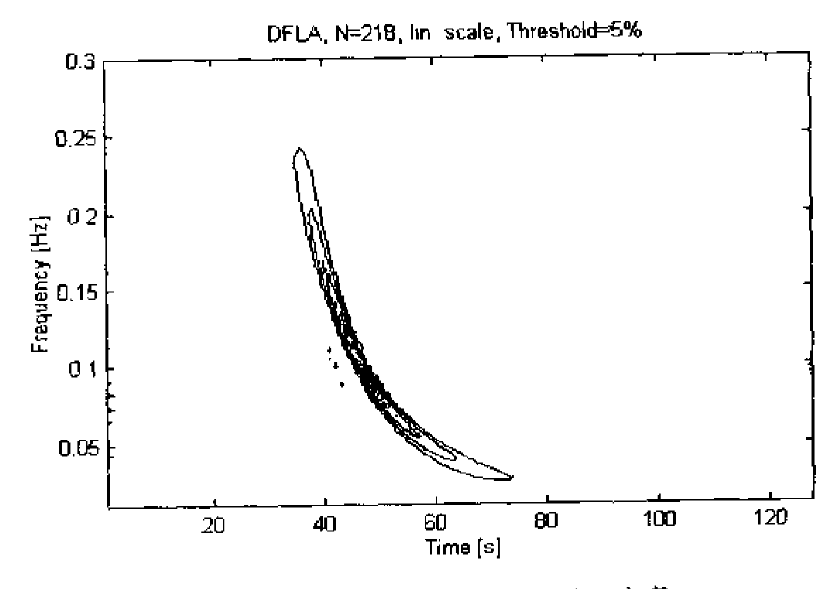


图 2 - 25 双曲线群延迟信号的 D - Flandrin 分布

图 2 - 25 表明信号经 D - Flandrin 分布处理后也表现出良好的聚集性。

三、特殊信号的选取

1. altes

功能：产生时域的交变信号。

格式：

(1) x=altes(N)

(2) x=altes(N, fmin)

(3) x=altes(N, fmin, fmax)

(4) x=altes(N, fmin, fmax, alpha)

说明：该函数产生时域的交变信号。

名 称	说 明	缺省值
N	时域采样点数	
fmin	频率下限(在采样时刻 N 的双曲线瞬时频率值)是归一化频率	0.05
fmax	频率上限(在第一个采样点处的双曲线瞬时频率值)是归一化频率	0.5
alpha	包络线的衰减因子	300
x	包含交变信号采样值的时间行向量	

举例：

```
>> x=altes(128, 0.1, 0.45);
>> subplot(221); plot(x);
>> xlabel('Time');
>> ylabel('Normalized frequency');
```

结果如图 2 - 26 所示。

该例作出归一化频率从 0.45 Hz 到 0.1 Hz 的 128 点交变信号图

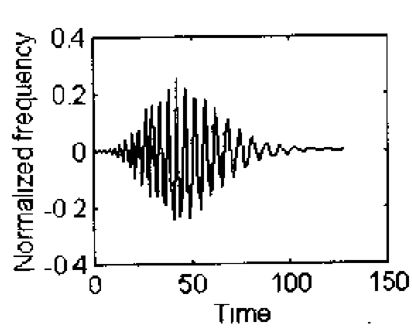


图 2 - 26 时域的交变信号

参见：函数 anasing、anapulse、anastep、doppler、klauder。

2. anaask

功能：产生振幅键控信号。

格式：

(1) [y , am]=anaask(N)

(2) [y , am]=anaask(N , ncomp)

(3) [y , am]=anaask(N , ncomp , f0)

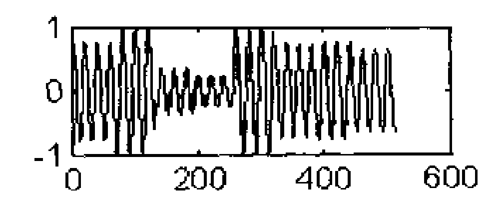
说明：该函数返回一个归一化的复调幅信号，该信号具有均匀分布的随机振幅，是准解析的。例如，格式(3)产生一个采样点数为 N、每个分量的采样点数为 ncomp、归一化频率为 f0 的复调幅信号。

名 称	说 明	缺省值
N	采样点数	
ncomp	每个分量的采样点数	N/5
f0	归一化频率	0.25
y	信号	
am	调幅结果	

举例：

```
>> [signal , am]=anaask(512, 64, 0.05);
>> subplot(421); plot(real(signal)) ;
>> subplot(422) ; plot(am);
```

结果如图 2 - 27 所示。



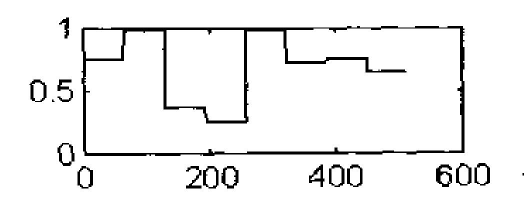


图 2－27　振幅键控信号及其调幅结果

参见：函数 anafsk、anabpsk、anaqpsk。

3. anabpsk

功能：产生双相键控信号。

格式：

(1) [y，am]=anabpsk(N)

(2) [y，am]=anabpsk(N，ncomp)

(3) [y，am]=anabpsk(N，ncomp，f0)

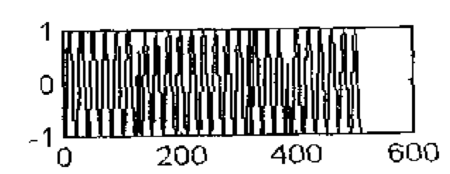
说明：该函数返回归一化的振幅为±1 的准解析信号。例如，格式(3)返回采样点数为 N、每个分量的采样点数为 ncomp、归一化频率为 f0 的准解析信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
ncomp	每个分量的采样点数	N/5
f0	归一化频率	0.25
y	信号	
am	调幅结果	

举例：

```
>> [signal，am]=anabpsk(512，64，0.05)；
>> subplot(421)；plot(real(signal))；
>> subplot(422)；plot(am)；
```

结果如图 2－28 所示。



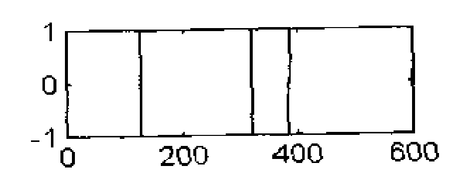


图 2－28　双相键控信号及其调幅结果图

参见：函数 anafsk、anaqpsk、anaask。

4. anafsk

功能：产生频移键控信号。

格式：

(1) [y , iflaw]=anafsk(N)

(2) [y , iflaw]=anafsk(N , ncomp)

(3) [y , iflaw]=anafsk(N , ncomp , nbf)

说明：该函数模拟相位一致的频移键控信号，返回归一化频率位于 0 到 0.5 之间的准解析复正弦信号。

名称	说 明	缺省值
N	采样点数	
ncomp	每个分量的采样点数	N/5
nbf	不同频率的个数	4
y	信号	
iflaw	瞬时频率	

举例：

```
>> [signal , ifl]=anafsk(512, 64, 0.05);
>> subplot(421); plot(real(signal)) ;
>> subplot(422) ; plot(ifl);
```

结果如图 2 - 29 所示。

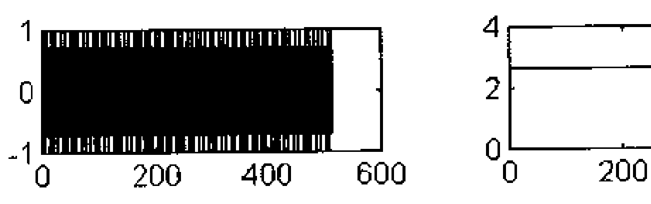


图 2 - 29 频移键控信号及其瞬时频率图

参见：函数 anabpsk、anaqpsk、anaask。

5. anaqpsk

功能：产生四相键控信号。

格式：

(1) [y, pm0] = anaqpsk(N)

(2) [y, pm0] = anaqpsk(N , ncomp)

(3) [y, pm0] = anaqpsk(N , ncomp , f0)

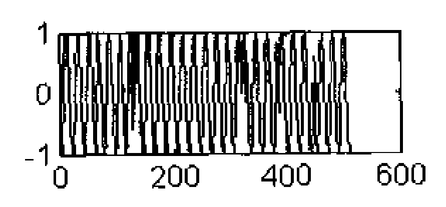
说明：该函数返回一个准解析复相调制信号。例如，格式(3)返回一个采样点数为 N、每个分量的采样点数为 ncomp、归一化频率为 f0 的准解析复相调制信号。

名称	说 明	缺省值
N	采样点数	
ncomp	每个分量的采样点数	N/5
f0	归一化频率	0.25
y	信号	
pm0	每个分量的初始相位	

举例：

```
>> [signal , pm0]=anaqpsk(512, 64, 0.05);
>> subplot(421); plot(real(signal)) ;
>> subplot(422) ; plot(pm0);
```

结果如图 2－30 所示。



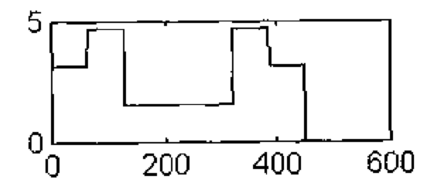


图 2－30　四相键控信号及其初始相位图

参见：函数 anafsk、anabpsk、anaask。

6. anapulse

功能：产生单位幅度脉冲信号的解析投影。

格式：

(1) y = anapulse(N)

(2) y = anapulse(N , ti)

说明：该函数返回一个 N 维的解析信号。例如，格式(2)产生的信号在 t=ti 时刻的实部是 σ 脉冲。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
ti	脉冲的时间位置	round(N/2)
y	输出信号	

举例：

```
signal=2.5 * anapulse(512, 301);
subplot(421); plot(real(signal));
```

结果如图 2－31 所示。

参见：函数 anastep、anasing、anabpsk、anafsk。

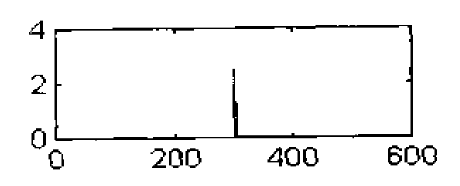


图 2－31　单位幅度脉冲信号的解析投影

7. anasing

功能：产生利谱希茨(Lipschitz)奇异性。

格式：

(1) x=anasing(N)

(2) x=anasing(N , t0)

(3) x=anasing(N , t0 , H)

说明：该函数产生以 t0 为中心的 N 点 Lipschitz 奇异性。

$$x(t) = |t - t0|^H$$

名称	说　明	缺省值
N	采样点数	
t0	奇异点的时间位置	N/2
H	Lipschitz 奇异点的强度(正或负)	0
x	包含信号样本的时间行向量	

举例：

```
>> x=anasing(128);
>> subplot(421); plot(real(x));
```

结果如图 2-32 所示。

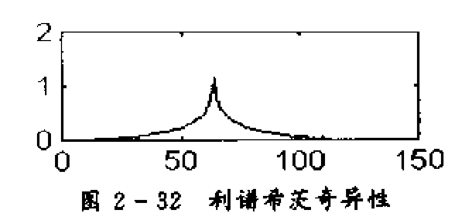


图 2-32　利谱希茨奇异性

参见：函数 anastep、anapulse、anabpsk、doppler、bolder。

8. anastep

功能：产生单位阶跃信号的解析投影。

格式：

(1) y=anastep(N)

(2) y=anastep(N , ti)

说明：该函数产生一个单位阶跃信号的解析投影。格式(2)表示：当 t<ti 时，$y(t)=0$；当 t>ti 时，$y(t)=1$。

名称	说　明	缺省值
N	采样点数	
ti	单位阶跃信号的起始时间	N/2
y	输出信号	

举例：

【例 1】　采样点为 256 点的单位阶跃信号的解析投影。

```
>> signal= anastep(256, 128);
>> subplot(421); plot(real(signal));
```

结果如图 2-33 所示。

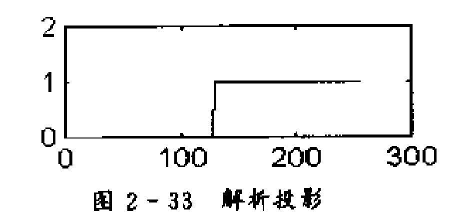


图 2-33　解析投影

【例 2】　采样点为 512 点的单位阶跃信号的解析投影。

```
>> signal=-2.5 * anastep(512, 301);
>> subplot(422); plot(real(signal));
```

结果如图 2-34 所示。

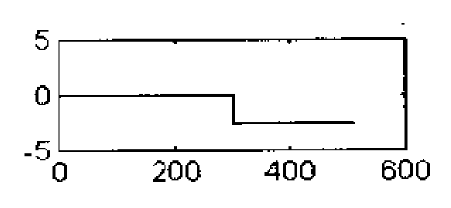


图 2-34　的解析投影

参见：函数 anasing、anafsk、anabpsk、anaqpsk、anaask。



9. atoms

功能：产生基本高斯元的线性组合信号。

格式：

(1) [sig , locatoms]=atoms (N)

(2) [sig , locatoms]=atoms (N , coord)

说明：该函数产生一个基本高斯元的线性组合信号。不同元的时频中心位置取决于输入参数 coord 或在菜单下连续单击鼠标的次数(当 nargin=1 时)。

名 称	说 明	缺省值
N	信号的个数	
coord	时频中心矩阵，其形式为[t1, f1, T1, A1; …; tM, fM, TM, AM]；(ti, fi)是第 i 元的时频坐标，Ti 是时间周期，Ai 是振幅。频率 f1, f2, …, fM 位于 0 到 0.5 之间。如果 nargin=1，则元的位置通过单击鼠标来确定	Ti=N/4, Ai=1
sig	输出信号	
locatoms	元的时频坐标和持续时间矩阵	

当元的选择已完成(点击"停止"按钮后)，在当前图中显示时域信号和时频面元的图解表示。

举例：

```
>> sig=atoms(128);
```

结果如图 2-35 所示。

点击一次 ATOMS 菜单上的"Add a gaussian atom"按钮后，再按"Stop"按钮，即可得到如图 2-36 所示的结果。

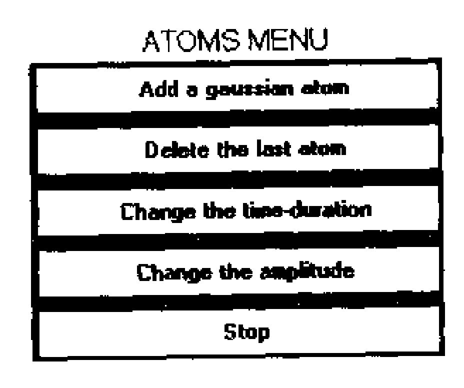


图 2-35 原子菜单

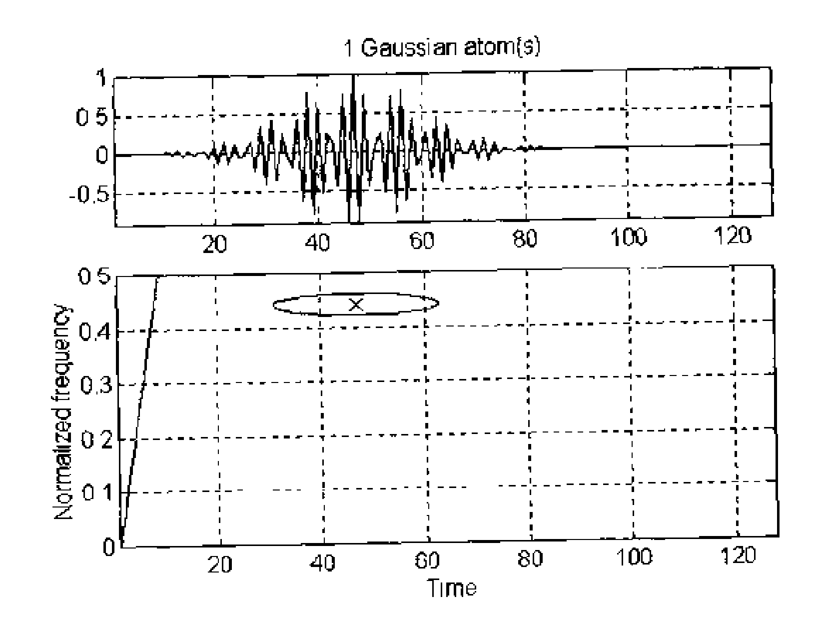


图 2-36 一个高斯元

点击两次 ATOMS 菜单上的“Add a gaussian atom” 按钮后，再按“Stop”按钮，即可得到如图 2 - 37 所示的结果。

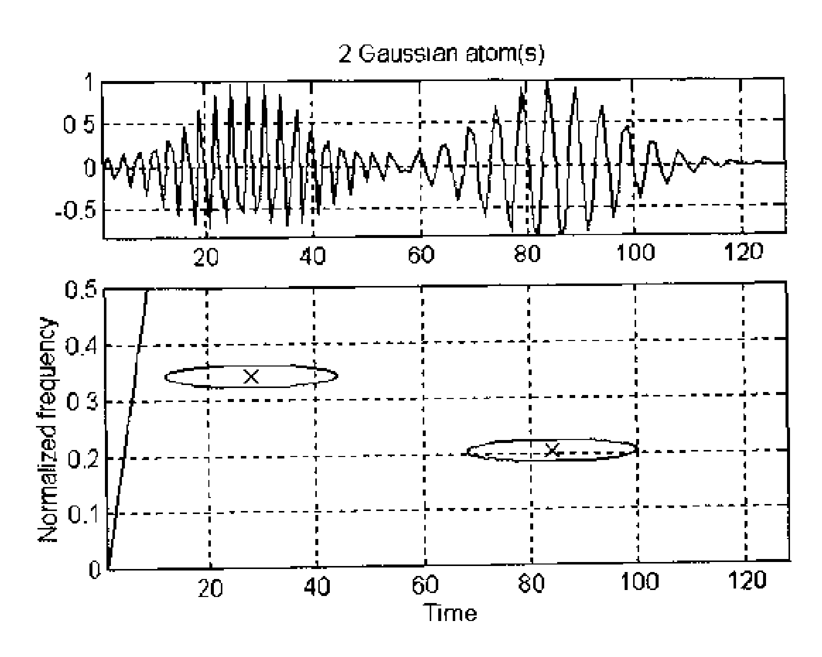


图 2 - 37 两个高斯元的线性组合

参见：函数 amgauss、fmconst。

10. dopnoise

功能：产生复多普勒随机信号。

格式：

(1) [y , iflaw]=dopnoise(N , fs , f0 , d , v)

(2) [y , iflaw]=dopnoise(N , fs , f0 , d , v , t0)

(3) [y , iflaw]=dopnoise(N , fs , f0 , d , v , t0 , c)

说明：该函数产生复多普勒随机信号，归一化使其成为单位能量。

名称	说 明	缺省值
N	采样点数	
fs	采样频率(Hz)	
f0	目标频率(Hz)	
d	观察者到端线的距离(m)	
v	目标的运动速度(m/s)	
t0	时间中心	N/2
c	波传播速度(m/s)	340
y	输出信号	
iflaw	用作瞬时频率的模型	

[y , iflaw]=dopnoise(N , fs , f0 , d , v , t0 , c) 返回一固定的观察者接收到的从一个运动目标发出的中心频率为 f0 的高斯白噪声信号。目标作直线运动，当目标离观察者的距离接近 d 时离开。t0 是时间中心(即在该时刻目标离观察者的距离最近)。c 是媒介中的波速。

举例：

产生一个多普勒噪声信号，并估计其瞬时频率(参见 instfreq)。

```
>> [z , iflaw]=dopnoise(500, 200, 60, 10, 70, 128);
>> subplot(411); plot(real(z));
>> subplot(412); plot(iflaw); hold;
>> ifl=instfreq(z);
>> subplot(413); plot(ifl, 'g'); hold;
>> sum(abs(z). ^ 2)
```

结果为

```
ans =
            1.00
```

结果如图 2－38 所示。

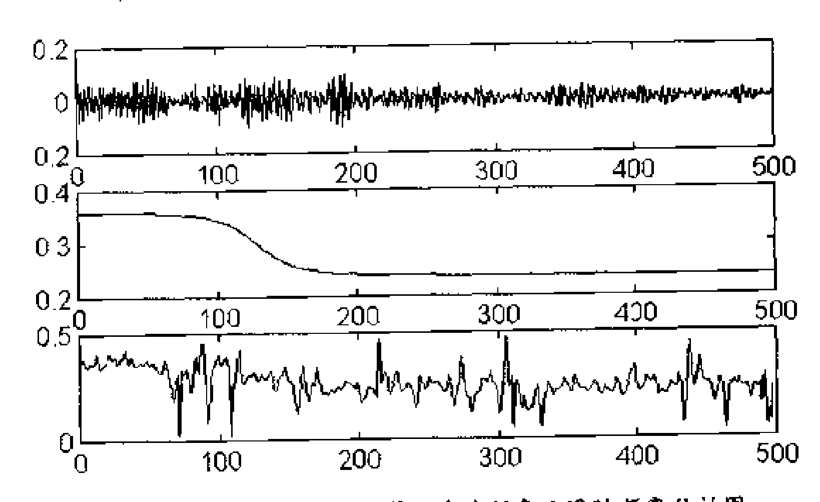


图 2－38　多普勒噪声信号、瞬时频率及瞬时频率估计图

可见时域表示几乎看不见频率的演化，而瞬时频率估计却能成功地观察到频率的演化。

参见：函数 doppler、noisecg。

11. doppler

功能：产生复多普勒信号。

格式：

(1) [fm , am , iflaw]=doppler(N , fs , f0 , d , v)

(2) [fm , am , iflaw]=doppler(N , fs , f0 , d , v , t0)

(3) [fm , am , iflaw]=doppler(N , fs , f0 , d , v , t0 , c)

说明：该函数返回信号的调频 fm、调幅 am 和瞬时频率 iflaw，信号为一个固定的观察者接收到的由频率为 f0 的运动目标发出的信号。

名称	说明	缺省值
N	采样点数	
fs	采样频率(Hz)	
f0	目标频率(Hz)	
d	观察者到目标的距离(m)	
v	目标的运动速度(m/s)	
t0	时间中心	N/2
c	波速(m/s)	340
fm	调频输出	
am	调幅输出	
iflaw	瞬时频率输出	

多普勒效应描述的是从运动目标返回的信号比目标发出的信号滞后的事实。对窄带信号而言，尺度效应可看作为频移。

[fm , am , iflaw]=doppler(N, fs , f0 , d , v, t0 , c) 返回一固定的观察者接收到的从一个运动目标发出的频率为 f0 的信号。目标作直线运动，当目标离观察者的距离接近 d 时离开。t0 是时间中心(即在该时刻目标离观察者的距离最近)。c 是媒介中的波速。

举例：

作出信号和它的瞬时频率图。信号是观察者(雷达)接收到的时速为 50 m/s 的运动汽车在离观察者(雷达)10 米远的地方通过时发动机发出的信号。发动机的转动频率为 $f_0=65$ Hz，采样频率为 $f_s=200$ Hz。信号的瞬时频率图如图 2－39 所示。

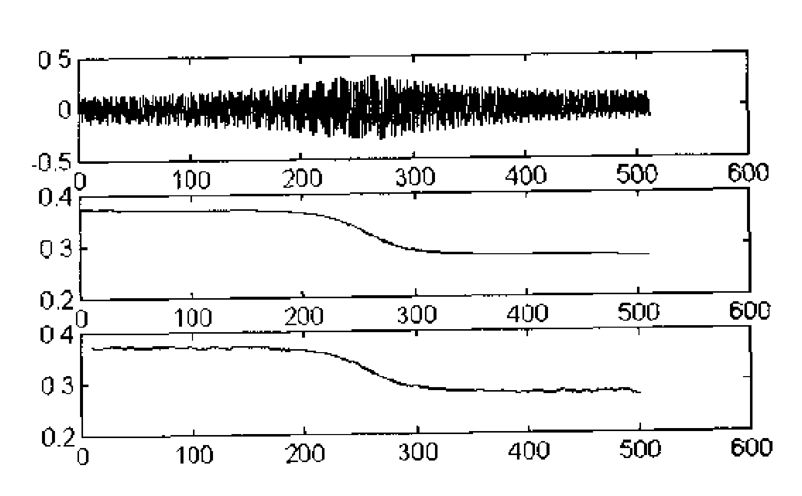


图 2－39 多普勒信号、瞬时频率及瞬时频率估计

```
>> N=512; [fm , am , iflaw]=doppler(N , 200, 65, 10, 50);
>> subplot(411); plot(real(am. * fm));
>> subplot(412); plot(iflaw);
>> [ifhat , t]=instfreq(sigmerge(am. * fm, noisecg(N), 15), 11: 502, 10);
```

```
>> hold on;
>> subplot(413); plot(t , ifhat , 'g');
```

参见：函数 dopnoise。

12. klauder

功能：产生时域的 Klauder 小波。

格式：

(1) x=klauder(N)

(2) x=klauder(N, lambda)

(3) x=klauder(N, lambda, f0)

说明：该函数产生时域的 Klauder 小波，其表达式为

$$K(f) = e^{-2\pi\lambda f} f^{2\pi\lambda f_0 - 1/2}$$

名称	说明	缺省值
N	时间上的采样点数	
lambda	包络线或衰减因子	10
f0	小波的中心频率	0.2
x	包含 klauder 采样的时间行向量	

举例：

```
>> x=klauder(150, 50, 0.1);
>> subplot(421); plot(x);
```

结果如图 2－40 所示。

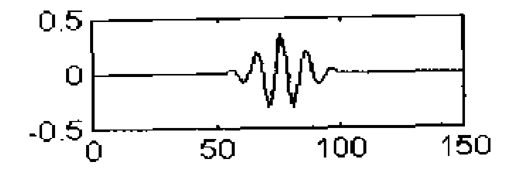


图 2－40　时域的 Klauder 小波

参见：函数 altes、anasing、doppler、anafsk、anastep。

13. mexhat

功能：产生时域的 Mexican hat 小波。

格式：

(1) h=mexhat

(2) h=mexhat(nu)

说明：该函数返回 Mexican hat 小波，其表达式为

$$h(l) = v\frac{\sqrt{\pi}}{2}(1 - 2(\pi v l)^2)\exp(-\pi v l)^2$$

名称	说明	缺省值
nu	0 到 0.5 之间的任意实数	0.05
h	包含 mexhat 采样的时间向量，向量长度(length(h)=2*ceil(1.5/nu)+1)	

举例：

>> plot(mexhat)；

结果如图 2 - 41 所示。

参见：函数 klauder。

图 2 - 41 时域的 Mexican hat 小波

14. window

功能：生成窗。

格式：

(1) h=window(N)

(2) h=window(N, name)

(3) h=window(N, name, param)

(4) h=window(N, name, param, param2)

说明：该函数生成给定形状的长度为 N 的窗。

名 称	说 明	缺省值
N	窗长	
name	窗的形状名	'Hamming'
param	可选参数	
param2	第二个可选参数	
h	窗输出	

可能的窗名有：'Hamming'、'Hanning'、'Nuttall'、'Papuoulis'、'Harris'、'Rect'、'Triang'、'Bartlett'、'BartHann'、'Blackman'、'Gauss'、'Parzen'、'Kaiser'、'Dolph'、'Hanna'、'Nutbess'、'Spline'。

若为 Gauss 窗，可选参数 k 设定为两个末端值，缺省值为 0.005；

若为 Kaiser - Bessel 窗，可选参数 k 设定为尺度，缺省值为 3 * pi；

若为 Spline 窗，h=window(N, 'spline', nfreq, p)生成 p 阶的样条加权函数，其频带宽与 nfreq 成正比。

举例：

>> h=window(256, 'Gauss', 0.005)；

>> subplot(421)；plot(h)；

结果如图 2 - 42 所示。

参见：函数 dwindow。

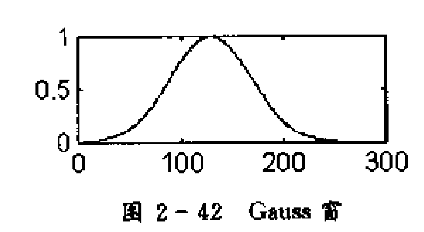


图 2 - 42 Gauss 窗

四、噪声实现

1. noisecg

功能：生成解析复高斯噪声(白色和有色噪声)。

格式：

(1) noise=noisecg(N)

(2) noise=noisecg(N, a1)

(3) noise=noisecg(N, a1, a2)

说明：该函数计算长度为N，均值为0，方差为1的解析复高斯噪声。

名称	说明	缺省值
N	输出向量的长度	
a1	自回归滤波的一阶系数	0
a2	自回归滤波的二阶系数	0
noise	包含噪声采样的输出向量	

noise=noisecg(N)，产生一个复高斯白噪声；

noise=noisecg(N，a1)，产生复高斯有色噪声，该噪声是由高斯白噪声通过脉冲响应为 $H(z)=\dfrac{\sqrt{1-a_1^2}}{1-a_1z^{-1}}$ 的一阶滤波器得到的；

noise=noisecg(N，a1，a2)，产生高斯复有色噪声，该噪声是由高斯白噪声通过脉冲响应为 $H(z)=\dfrac{\sqrt{1-a_1^2-a_2^2}}{1-a_1z^{-1}-a_2z^{-2}}$ 的一阶滤波器得到的。

举例：

```
>> N=500; noise=noisecg(N);
>> [abs(mean(noise)), std(noise).^2]
ans=
    0.0214    1.0039
>> subplot(211); plot(real(noise));
>> axis([1 N -3 3]);
>> f=linspace(-0.5, 0.5, N);
>> subplot(212); plot(f, abs(fftshift(fft(noise))).^2);
```

结果如图2-43所示。

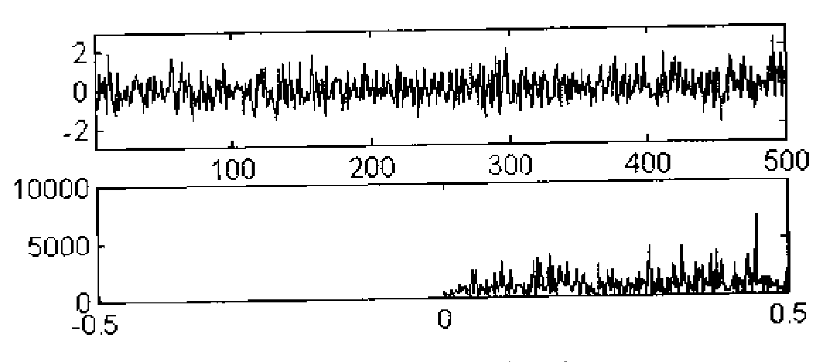


图2-43　解析复高斯噪声及其FFT

参见：函数rand、randn、noisecu。

2. noisecu

功能：生成解析复单位白噪声。

格式：noise=noisecu(N)

说明：该函数计算长度为N，均值为0，方差为1的解析复单位白噪声。

举例：

```
>> N=512; noise=noisecu(N);
>> [abs(mean(noise)), std(noise).^2]
ans=
   0.0188    1.0000
>> subplot(211); plot(real(noise));
>> axis([1 N -1.5 1.5]);
>> f=linspace(-0.5, 0.5, N);
>> subplot(212); plot(f, abs(fftshift(fft(noise))).^2);
```

结果如图 2 - 44 所示。

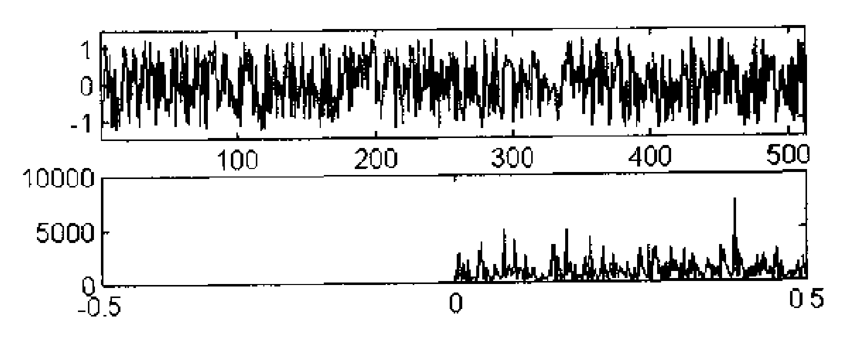


图 2 - 44 解析复单位白噪声及其 FFT

参见：函数 rand、randn、noisecg。

五、信号的尺度变换

scale

功能：用梅林变换对信号进行尺度变换。

格式：S=scale(x, a, fmin, fmax, N)

说明：该函数用 Mellin 变换计算信号 x 的 a 尺度形式。

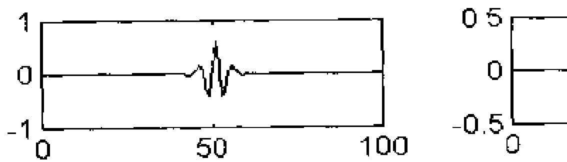
$$x_a(t) = a^{-\frac{1}{2}} x\left(\frac{t}{a}\right)$$

名 称	说 明	缺省值
x	时域信号(Nx=length(x))；	2
a	尺度因子，当 a<1 时在时域对信号进行压缩；当 a>1 时，在时域对信号进行扩展，a 可为向量	
fmin，fmax	分别为被分析信号频率的上、下限。这些参数确定信号的频带，如果不带这些参数，则必须从命令行输入它们，fmin 和 fmax 的值必须大于 0 且小于或等于 0.5	
N	由 fmin 和 fmax 确定	
S	信号 x 的 a 尺度形式。若 a>1，则 S 的长度可以大于 x 的长度；若 a 是长度为 L 的向量，S 为 L 列矩阵。S 与 x 有相同的能量。	

举例：

```
>> sig=klauder(100);
>> S=scale(sig, 2, 0.05, 0.45, 100);
>> subplot(421); plot(sig);
>> subplot(422); plot(real(S(51: 159)));
```

结果如图 2-45 所示。



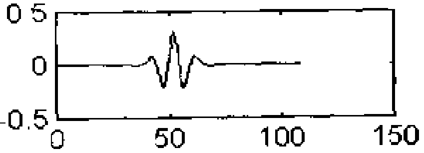


图 2-45　Klauder 信号及其梅林变换

参见：函数 fmt。

2.3.2　信号处理文件

信号处理文件包括信号的时域处理、频域处理、双线性时频处理、Cohen 类双线性时频处理、仿射类双线性时频处理、重排的时频处理、模糊函数、信号的可视化和备份以及解释帮助函数。下面我们从这几个方面详细讲述有关函数的用法。

一、信号的时域处理

1. ifestar2

功能：用二阶自回归(AR2)模型估计信号的瞬时频率。

格式：

(1) [form, t2 , ratio]=ifestar2(x)

(2) [form, t2 , ratio]=ifestar2(x , t)

说明：该函数用二阶自回归模型计算实信号 x 的瞬时频率估计。例如，格式(2)是用二阶自回归模型计算 t 时刻实信号的瞬时频率估计，计算结果 0<fnorm<0.5。该估计基于最后的四个信号点，因此大约有 2.5 个点的滞后。

名称	说明	缺省值
x	待分析的实信号	
t	时刻(t>4)	(4: length(x))
fnorm	输出(归一化)瞬时频率	
t2	对应于 fnorm 的 t 时刻，由于算法没有给出对称值，通常 t2 与 t 不同	
ratio	算法得出估计的瞬时速率	

举例：

比较由 ifestar2 估计得到的瞬时频率和由正弦信号调频得到的瞬时频率。

```
>> [ x , af]=fmsin(100 , 0.1 , 0.4); x=real(x);
>> [if2 , t]=ifestar2(x);
>> subplot(421); plot(t, af(t) , t , if2);
```

结果如图 2 - 46 所示。由图可见，估计与真值得到了较好的吻合，但是有小的偏差和微弱的振荡。

参见：函数 instfreq、kaytth、sgrpdlay。

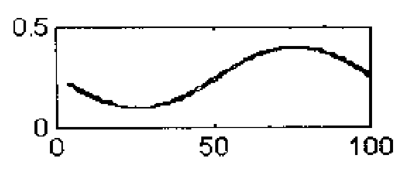


图 2 - 46　由 ifestar2 估计得到的瞬时频率及由正弦信号调频得到的瞬时频率

2. instfreq

功能：估计瞬时频率。

格式：

(1) [fnormhat, t] =instfreq(x)

(2) [fnormhat, t] =instfreq(x, t)

(3) [fnormhat, t] =instfreq(x, t, l)

(4) [fnormhat, t] =instfreq(x, t, l, trace)

说明：该函数用梯形积分法计算解析信号 x 的瞬时频率估计，计算结果 0<fnormhat<0.5。

名称	说　明	缺省值
x	待分析的解析信号	
t	时刻	(2: length(x)-1)
l	若 l=1，计算 x 的归一化瞬时频率的估计，定义为 angle(x(t+1)) * conj(x(t-1))；若 l>1，计算伴有高斯白噪声信号的确定性信号瞬时频率的极大似然估计。l 必须是整数	1
trace	若为非零值，则显示算法的进程	0
tifd	(归一化)瞬时频率输出	

举例：

考虑一个线性调频信号，用 instfreq 估计它的瞬时频率。

```
>> [x, ifl]=fmlin(70 , 0.05 , 0.35 , 25);
>> [instrf , t]=instfreq(x);
>> plotifl(t, [ifl(t) instrf]);
```

结果如图 2 - 47 所示。

对于信噪比为 10 dB 的调频正弦噪声信号，有

```
>> N=64 ; SNR=10.0;
>> L=4; t=L+1: N-L;
>> x = fmsin(N , 0.05, 0.35 , 40);
>> sig=sigmerge(x, hilbert(randn(N , 1)), SNR);
>> plotifl(t, [instfreq(sig, t, L), instfreq(x, t)]);
```

结果如图 2 - 48 所示。

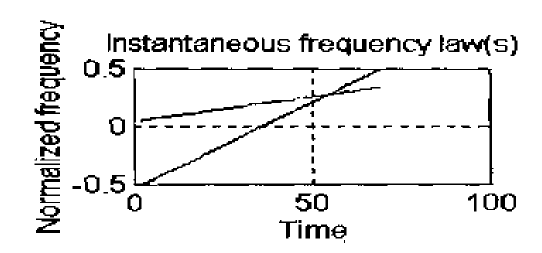


图 2-47　线性调频信号的瞬时频率估计

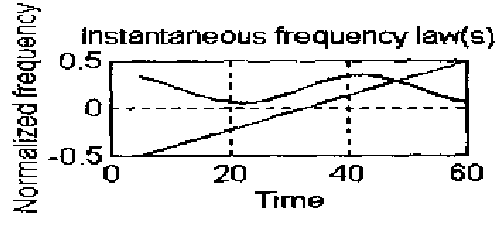


图 2-48　信噪比为 10 dB 的调频正弦噪声信号的瞬时频率估计



参见：函数 ifestar2、kaytth、sgrpdlay。

3. loctime

功能：时间局域特征。

格式：[tm, T]=loctime(x)

说明：该函数计算信号 x 的时域局部特征。平均时间和时间散布的定义如下：

$$t_m = \frac{1}{E_x}\int_{-\infty}^{+\infty} t\,|x(t)|^2\,dt$$

$$T = 2\sqrt{\frac{\pi}{E_x}\int_{-\infty}^{+\infty}(t-t_m)^2|x(t)|^2\,dt}$$

E_x 是信号能量。依据这种限制条件(其中 B 在函数 Locfreq 中已定义)，Heisenberg-gabor 不等式可写为 $BT\geqslant 1$。

名称	说　明	缺省值
x	信号	
tm	平均时间中心	
T	时间散布	

举例：

该例用于说明信号的 Heisenberg-gabor 不等式下界。

```
>> z=amgauss(160, 80, 50);
>> [tm, T]=loctime(z);
>> [fm , B]=locfreq(z);
>> [tm, T, fm, B, T*B]
```

结果为：ans=

```
        0.0000    50.0000    80.0000    0.0200    1.0000
```

参见：函数 locfreq。

二、信号的频域处理

1. fmt

功能：快速梅林(Mellin)变换。

格式：

(1) [mellin , beta]=fmt(x)

(2) [mellin , beta]=fmt(x , fmin, fmax)

(3) [mellin , beta]=fmt(x , fmin , fmax , N)

说明：该函数计算信号 x 的快速 Mellin 变换。

名 称	说 明	缺省值
x	时域上的信号	
fmin, fmax	分别为被分析信号频率的上、下限。这些参数确定信号的频带，如果不带这些参数，则必须从命令行输入它们，fmin 和 fmax 的值必须大于 0 且小于等于 0.5	
N	取决于 fmin 和 fmax，N 必须是偶数	
mellin	信号 x 的 N 点 Mellin 变换	
beta	N 点 Mellin 变量	

Mellin 变换基于双曲信号分解信号，对展缩具有模不变性，其定义为

$$M_x(\beta) = \int_0^{+\infty} x(v)v^{j2\pi\beta-1}\,dv$$

其中，$x(v)$ 是信号 $x(t)$ 的解析信号的傅里叶变换，β 可理解为双曲调制率，称为 Mellin 尺度。在离散情况下可用 FFT 快速计算 Mellin 变换。例如，快速 Mellin 变换可用于计算仿射类时频分布。

举例：

```
>> sig=altes(128 , 0.05 , 0.45);
>> [mellin , beta]=fmt(sig , 0.05 , 0.5 , 128);
>> subplot(421); plot(beta , real(mellin));
```

结果如图 2 - 49 所示。

参见：函数 ifmt、fft、ifft。

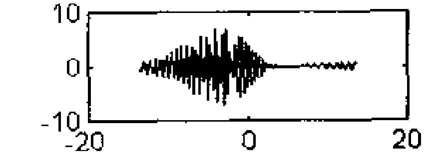


图 2 - 49 信号的 Mellin 变换

2. ifmt

功能：快速梅林(Mellin)逆变换。

格式：

(1) x=ifmt(mellin , beta)

(2) x=ifmt(mellin , beta , M)

说明：该函数计算快速梅林(Mellin)逆变换。

警告：仅当原始信号是解析的，且 Mellin 变换的频率范围为 fmin～0.5 Hz 时，才能得到正确的 Mellin 逆变换。

名 称	说 明	缺省值
mellin	要求逆的 Mellin 变换，Mellin 必须已经由 fmin(频率为 fmin～0.5 Hz)得到	
beta	由 fmt 得出的 Mellin 变量	
M	Mellin 逆变换的点数	length(mellin)
x	时域内有 M 点的信号的 Mellin 逆变换	

举例：

为检验Mellin逆变换的完全重构特性，先对一解析信号进行快速Mellin变换(频率上界取为0.5)，然后再对其输出向量进行Mellin逆变换ifmt。

```
>> sig= atoms(128 , [64 , 0.25 , 32 , 1]); clf;
>> [mellin , beta]=fmt(sig, 0.08, 0.5, 128);
>> x=ifmt(mellin, beta , 128);
>> subplot(421); plot(abs(x-sig));
```

结果如图2-50所示。

从图2-50可以看出，x和sig几乎是完全相等的。

参见：函数fmt、fft、ifft。

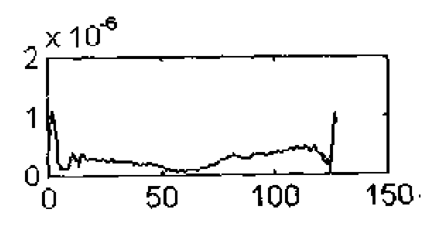


图2-50 信号的Mellin逆变换

3. locfreq

功能：频率局域特征。

格式：[fm , B]=locfreq(x)

说明：该函数计算信号x的频率局域化特征。采用下面的平均频率和频率散布的定义：

$$f_m = \frac{1}{E_x}\int_{-\infty}^{+\infty} v|X(v)|^2 \mathrm{d}v$$

$$B = 2\sqrt{\frac{\pi}{E_x}\int_{-\infty}^{+\infty}(v - f_m)^2|X(v)|^2 \mathrm{d}v}$$

其中，E_x是信号的能量，$X(v)$是$x(t)$的傅里叶变换。依据这种限制条件(其中T在函数Loctime中已定义)，Heisenberg-gabor不等式可以写为$BT\geqslant 1$。

名称	说明	缺省值
x	信号	
fm	平均归一化频率中心	
B	频率散布	

举例：

```
>> z=amgauss(160, 80, 50). * fmconst(160, 0.2);
>> [fm , B]=locfreq(z);
>> [fm, B]
```

结果为：

```
ans=
        0.2000   0.0200
```

参见：函数loctime。

4. sgrpdlay

功能：信号的群延迟估计。

格式：

(1) [gd，fnorm]=sgrpdlay(x)

(2) [gd，fnorm]=sgrpdlay(x，fnorm)

说明：该函数估计信号 x 的群延迟。例如，格式(2)是估计信号 x 在归一化频率 fnorm 处的群延迟。

名称	说明	缺省值
x	时域信号(N=length(x))	
fnorm	归一化频率	linspace(−0.5，0.5，N)
gd	包含群延迟采样的输出向量。当 gd=0 时，表示该频率的群延迟估计不在区间[1，xrow]内，因而是没有意义的	

举例：

比较线性调频脉冲信号的群延迟估计和瞬时频率。

```
>> N=128;
>> x=fmlin(N, 0.1, 0.4);
>> fnorm=0.1: 0.04: 0.38;
>> gd=sgrpdlay(x, fnorm);
>> t=2: N-1;
>> instf=instfreq(x, t);
>> subplot(221); plot(t, instf, gd, fnorm); axis([1 N 0 0.5]);
```

结果如图 2 - 51 所示。

由图可知，两曲线几乎完全重叠，对具有较大时间带宽积的信号来说，这种现象是正常的。

参见：函数 instfreq。

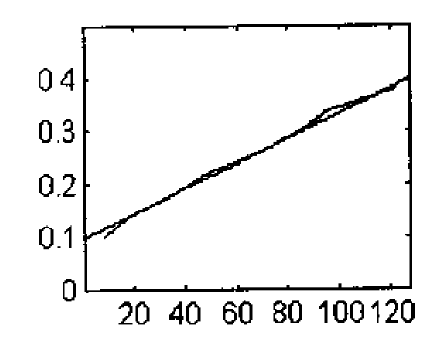


图 2 - 51 线性调频脉冲信号的群延迟估计和瞬时频率

三、信号的线性时频处理

1. tfrgabor

功能：信号的盖博(Gabor)表示。

格式：

(1) [tfr，dgr，gam]=tfrgabor(x)

(2) [tfr，dgr，gam]=tfrgabor(x，N)

(3) [tfr，dgr，gam]=tfrgabor(x，N，Q)

(4) [tfr，dgr，gam]=tfrgabor(x，N，Q，h)

(5) [tfr，dgr，gam]=tfrgabor(x，N，Q，h，trace)

说明：该函数计算信号为 x 的 Gabor 表示。例如，格式(4)、(5)中，窗 h 是时频面上大小为(N, M)矩形格内的一个综合窗，M 和 N 必须满足 N1=M * N/Q，N1=length(x)，Q 是过采样度整数，Gabor 表示的表达式为

$$C_x[n, m; h] = \sum_k x[k]h^*[k-n]\exp[-j2\pi mk]$$

名称	说　明	缺省值
x	被分析信号(Nx=length(x))	
N	时域 Gabor 系数的个数(N1 必须为 N 的倍数)	divider(N1)
Q	过采样度，是 N 的除数	Q=divider(N)
h	综合窗，Gabor 最初选择 gauss 窗作为 h，窗的长度应大于等于 N 并尽可能与 N 接近，h 必须是单位能量，且能量集中	
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	Gabor 系数的模的平方	
dgr	Gabor 系数(复值)	
gam	与 h 相关的双正交窗	

当不带输出参数调用该函数时，tfrgabor 运行 tfrqview；

若 Q=1，时频面(TFP)内的采样没有冗余；

若 Q>1，时频面(TFP)内进行过采样，使得算法有更高的数字稳定性。

举例：

```
>> sig=fmlin(128); tfrgabor(sig, 64, 32);
```

结果如图 2 - 52 所示。

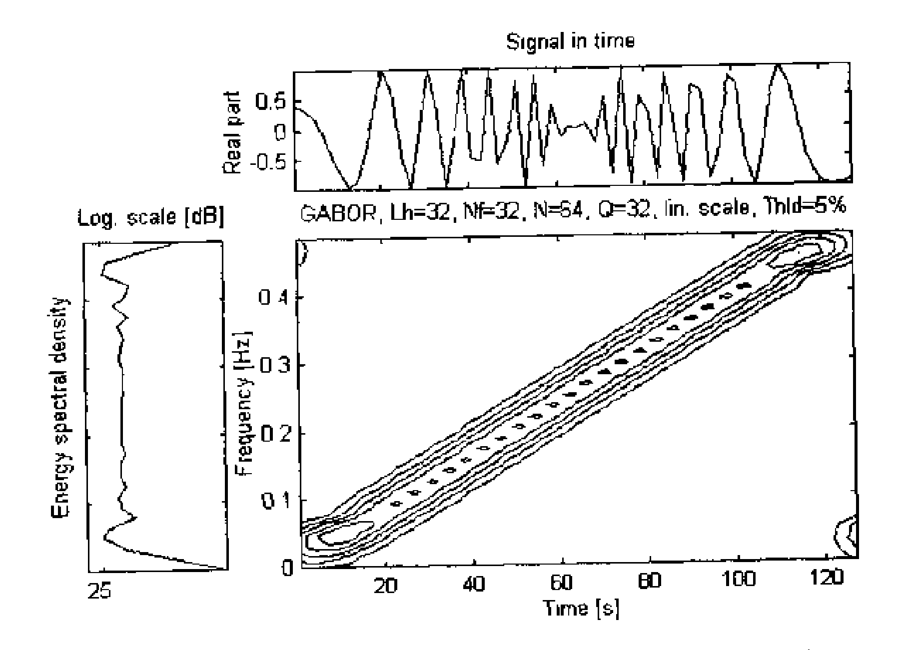


图 2 - 52　线性调频信号的原始图、能量谱密度及 Gabor 分布

参见：所有的 tfr * 函数。

2. tfrstft

功能：短时傅里叶变换。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrstft(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrstft(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrstft(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrstft(x, t, N, h)

(5) [tfr, t, f]=tfrstft(x, t, N, h, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的短时傅里叶变换，它的连续时间信号的表达式为

$$F_x(t,v;\ h) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)h^*(u-t)\mathrm{e}^{-j2\pi vu}\,\mathrm{d}u$$

其中，$h(t)$是位于 $t=0$，$v=0$ 处的短时分析窗。

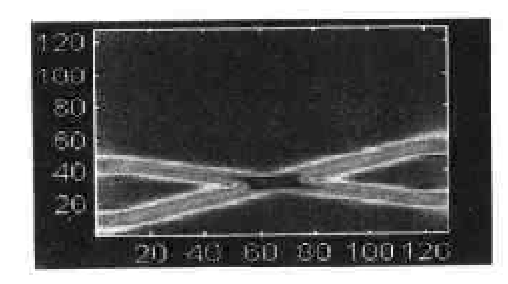
名称	说　明	缺省值
x	信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
h	归一化的频率平滑窗	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频分解(复值)，频率为－0.5～0.5	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrstft 运行 tfrqivew，显示短时傅里叶变换的模的平方。

举例：

```
>> sig=[fmlin(128, 0.05, 0.45)+fmlin(128, 0.35, 0.15)];
>> tfr=tfrstft(sig);
>> subplot(211); imagesc(abs(tfr(1: 128, : ))); axis('xy');
>> subplot(212); imagesc(angle(tfr(1: 128, : ))); axis('xy');
```

结果如图 2 - 53 所示。



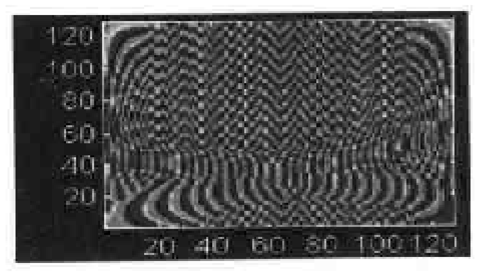


图 2 - 53　STFT 后的频率图和角度图

参见：所有的 tfr * 函数。

四、科恩(Cohen)类信号的双线性时频处理

1. tfrbj

功能：Born - Jondan 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrbj(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrbj(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrbj(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrbj(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrbj(x, t, N, g, b)

(6) [tfr, t, f]=tfrbj(x, t, N, g, b, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的 Born - Jordon 分布，或两信号的互 Born - Jordon 表示。该分布的表达式为

$$\mathrm{BJ}_x(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|\tau|} \int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2} x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) \mathrm{d}s\, \mathrm{e}^{-j2\pi v\tau}\, \mathrm{d}\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 BJ，则为信号，若为互 BJ，则为[x1, x2] (Nx=length(x))	
t	时刻	(1: Nx)
N	频率数(二进制)	Nx
g	长度为奇数的时间平滑窗，g(0)被强置为 1	window(odd(N/10)
h	长度为奇数的频率平滑窗，g(0)被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrbj 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4);
>> g=window(9, 'Kaiser'); h=window(27, 'Kaiser');
>> t=1: 128; tfrbj(sig, t, 128, g, h, 1);
```

结果如图 2 - 54 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

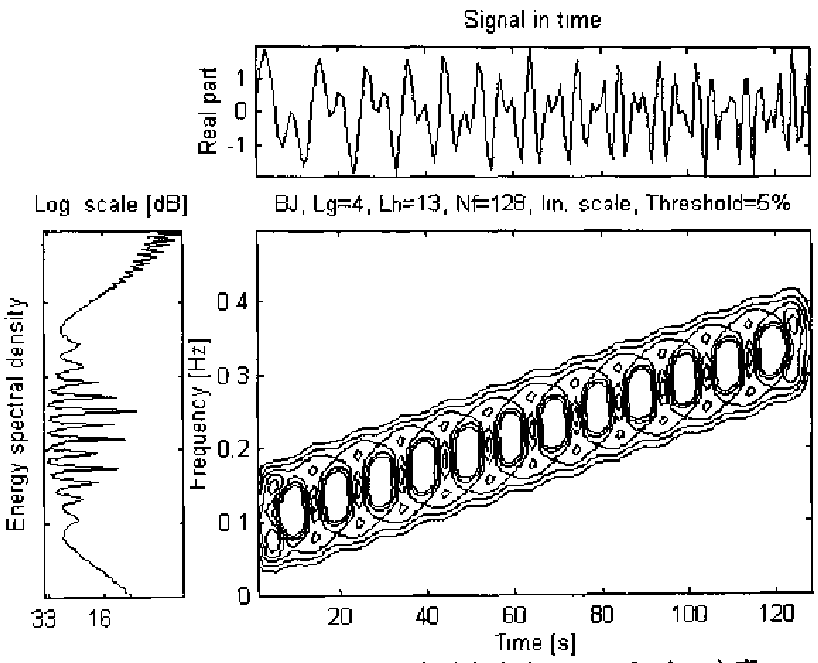


图 2-54 信号的原始图、能量谱密度及 Born-Jordon 分布

2. tfrbud

功能：Butterworth 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrbud(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrbud(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrbud(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrbud(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrbud(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrbud(x, t, N, g, h, sigma)

(7) [tfr, t, f]=tfrbud(x, t, N, g, h, sigma, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的 Butterworth 分布，或两信号的互 Butterworth 表示。该分布表达式为

$$\mathrm{Bud}_x(t,\nu)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sqrt{\sigma}}{2|\tau|}\mathrm{e}^{-|v|\sqrt{\sigma}/|\tau|}\,x\left(t+v+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t+v-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\nu\tau}\,\mathrm{d}v\,\mathrm{d}\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 BUD，则为信号；若为互 BUD，则为[x1, x2] (Nx=length(x))	
t	时刻	(1: Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗，G(f)是 g(t)的 FT 变换，G(0)被强置为 1	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
sigma	核宽	1
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrbud 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4);
>> g=window(9, 'Kaiser'); h=window(27, 'Kaiser');
>> t=1: 128; tfrbud(sig, t, 128, g, h, 3.6, 1);
```

结果如图 2 - 55 所示。

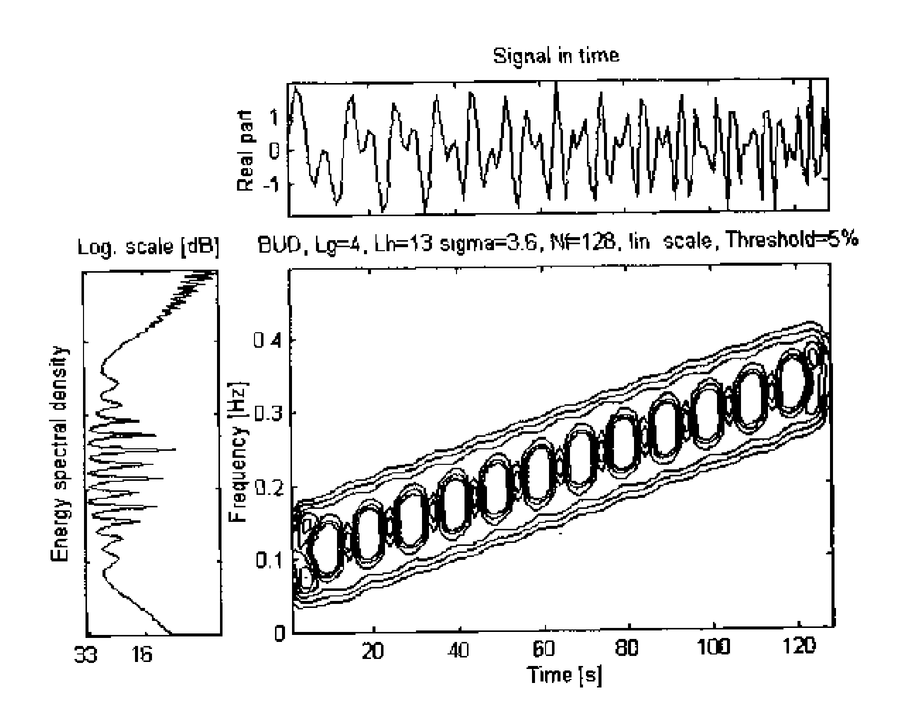


图 2 - 55　信号的原始图、能量谱密度及 Butterworth 分布

参见：所有的 tfr * 函数。

3. tfrcw

功能：Choi - Williams 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrcw(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrcw(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrcw(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrcw(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrcw(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrcw(x, t, N, g, h, sigma)

(7) [tfr, t, f]=tfrcw(x, t, N, g, h, sigma, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的 Choi - Williams 分布，或两信号的互 Choi - Williams 表示，该分布的表达式为

$$CW_x(t,v) = 2\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{a}}{4\sqrt{\pi}\,|\tau|} e^{-v^2\sigma/16\tau^2} x\left(t+v+\frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t+v-\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi v\tau}\,dv\,d\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 CW，则为信号；若为互 CW，则为 [x1, x2] (Nx=length(x))	
t	时刻	(1; Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗，G(f)是 g(t)的 FT 变换，G(0)被强置为 1	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0)被强置为 1	window(odd(N/4))
sigma	核宽	1
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrcw 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.05, 0.3)-fmlin(128, 0.15, 0.4);
>> g=window(9, 'Kaiser'); h=window(27, 'Kaiser');
>> t=1: 12; tfrcw(sig, t, 128, g, h, 3.6, 1);
```

结果如图 2-56 所示。

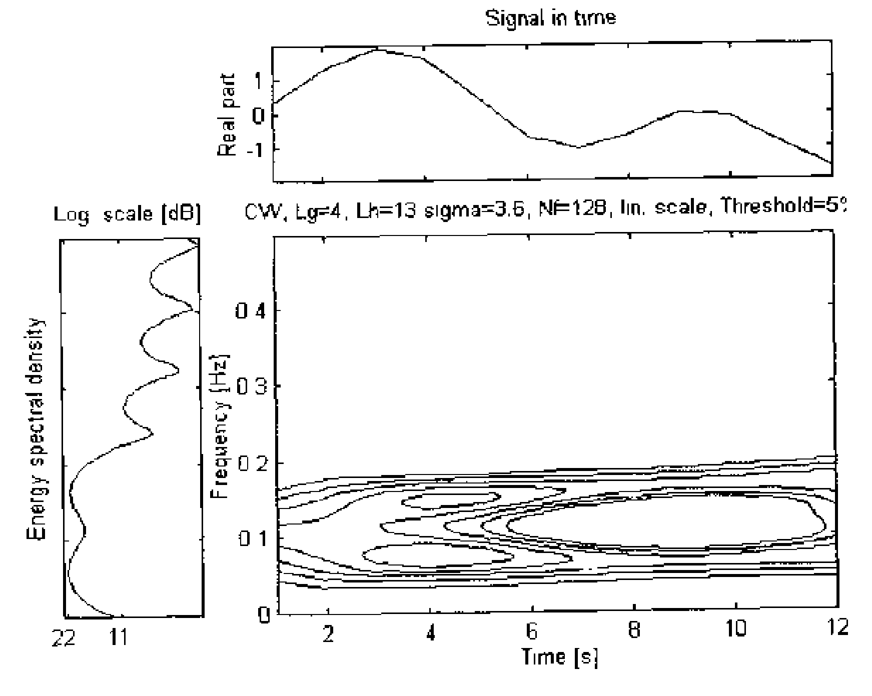


图 2-56 信号的原始图、能量谱密度及 Choi-Williams 分布

参见：所有的 tfr * 函数。

4. tfrgrd

功能：广义矩形时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrgrd(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrgrd(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrgrd(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrgrd(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrgrd(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrgrd(x, t, N, g, h, rs)

(7) [tfr, t, f]=tfrgrd(x, t, N, g, h, rs, alpha)

(8) [tfr, t, f]=tfrgrd(x, t, N, g, h, rs, alpha, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的广义矩形分布 GRD，或两信号的互 GRD 表示，其表达式为

$$\mathrm{GRD}_x(t,v)=\iint_{-\infty}^{+\infty}\frac{2r_s}{|\tau|^{\alpha}}\operatorname{sinc}\left(\frac{2\pi r_s v}{|\tau|^{\alpha}}\right)x\left(t+v+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t+v-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi v\tau}\,dv\,d\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 GRD，则为信号；若为互 GRD，则为[x1, x2] (Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗，G(0)被强置为 1，G(f)是 g(t)的 FT 变换	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0)被强置为 1	window(odd(N/4))
rs	核宽	1
alpha	非对称率	1
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrgrd 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4);
>> g=window(9, 'Kaiser'); h=window(27, 'Kaiser');
>> t=1: 128; tfrgrd(sig, t, 128, g, h, 0.36, 1/5, 1);
```

结果如图 2－57 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

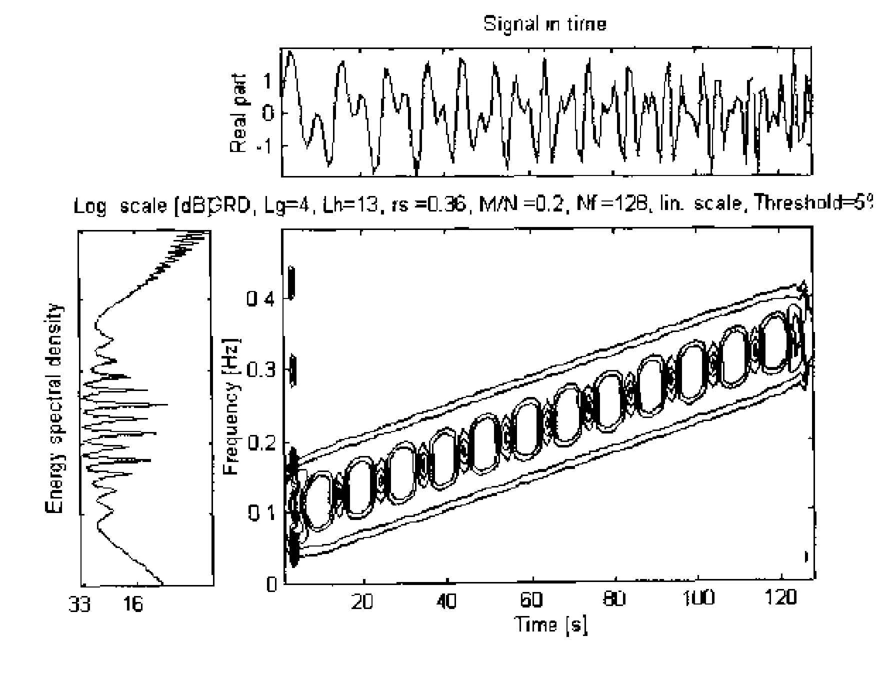


图 2－57 信号的原始图、能量谱密度及广义矩形时频分布

5. tfrmh

功能：Margenau－Hill 时频分布。

格式：

(1) [tfr，t，f]=tfrmh(x)

(2) [tfr，t，f]=tfrmh(x，t)

(3) [tfr，t，f]=tfrmh(x，t，N)

(4) [tfr，t，f]=tfrmh(x，t，N，trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的 Margenau－Hill 分布，或两信号的互 Margenau－Hill 表示，该分布可写为

$$\mathrm{MH}_x(t,v)=\mathscr{R}\{x(t)X^*(v)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vt}\}$$

$$=\int_{-\infty}^{-\infty}\frac{1}{2}(x(t+\tau)x^*(t)+x(t)x^*(t-\tau))\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\mathrm{d}\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 MH，则为信号；若为互 MH，则为[x1，x2] (Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1：Nx)
N	频率数	Nx
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrmh 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4); tfrmh(sig, 1: 128, 128, 1);
```

结果如图 2-58 所示。

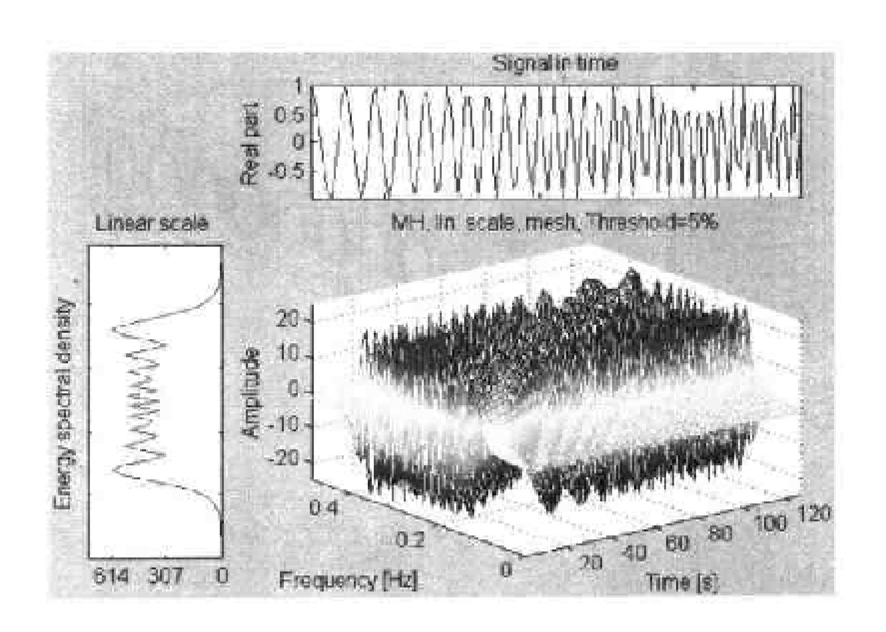


图 2-58　信号的 Margenau-Hill 时频分布

参见：所有的 tfr * 函数。

6. tfrmhs

功能：Margenau-Hill 谱图时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrmhs(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrmhs(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrmhs(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrmhs(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrmhs(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrmhs(x, t, N, g, h, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的 Margenau-Hill 谱图时频分布，或计算两信号的互 Margenau-Hill 谱图表示。该分布可写为

$$\mathrm{MHS}_x(t,v) = \mathscr{R}(K_{gh}^{-1}F_x(t,\ v;\ g)F_x^*(t,\ v;\ h)\}$$

其中，$K_{gh} = \int h(u)g^*(u)\mathrm{d}u$，$F_x(t,\ v,\ g)$ 是 x 的 STFT 变换（解析窗 g）。

名称	说明	缺省值
x	若为自MHS，则为信号；若为互MHS，则为[x1，x2] (Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1：Nx)
N	频率数	Nx
g	分析窗，归一化使得表示保持信号的能量	window(odd(N/10))
h	分析窗，归一化使得表示保持信号的能量	window(odd(N/4)
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrgrd 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> g=window(21, 'Kaiser'); h=window(63, 'Kaiser');
>> tfrmhs(sig, 1: 128, 64, g, h, 1);
```

结果如图 2－59 所示。

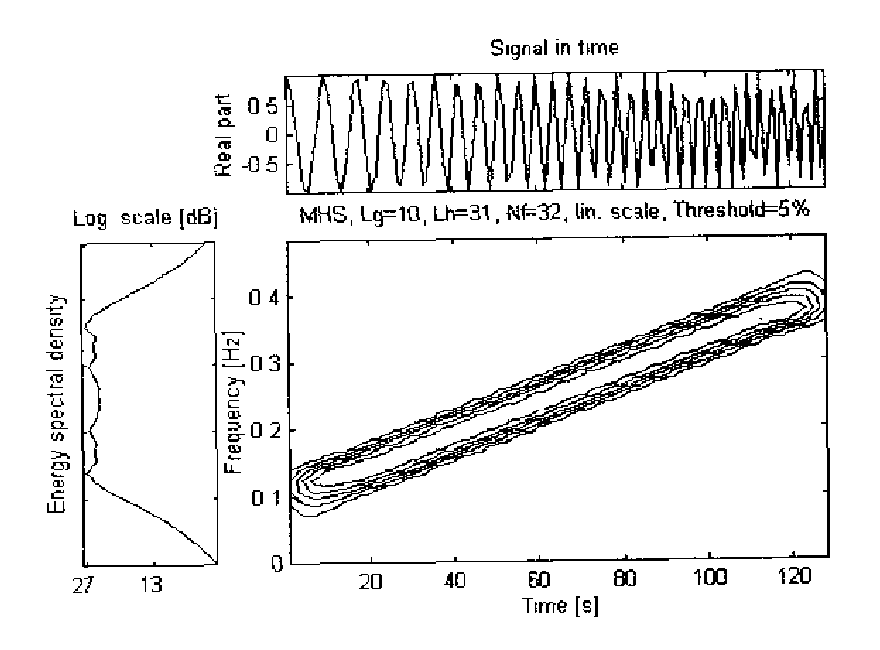


图 2－59 信号的原始图、能量谱密度及 Margenau－Hill 谱图时频分布

参见：所有的 tfr * 函数。

7. tfrmmce

功能：联合谱图的最小平均互熵。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrmmce(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrmmce(x, h)

(3) [tfr, t, f]=tfrmmce(x, h, t)

(4) [tfr, t, f]=tfrmmce(x, h, t, N)

(5) [tfr, t, f]=tfrmmce(x, h, t, N, trace)

说明：该函数用矩阵 h 的列作为窗，计算联合谱图的最小平均互熵。该分布的表达式为

$$\Pi_x(t,v)=\frac{E}{\| \Pi_{k=1}^{N}|F_x(t, v; h_k)|^{2/N}\|_1}\Pi_{k=1}^{N}|F_x(t, v; h_k)|^{2/N}$$

其中，$\|\cdot\|_1$ 为 L_1 的范数，E 为信号的能量，$F_x(t, v; h_k)$ 是分析窗为 $h_k(t)$ 时 x 的 STFT 变换。

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2\,dt=\iint_{-\infty}^{+\infty}\Pi_x(t,v)\,dt\,dv=\|\Pi_x(t,v)\|_1$$

名称	说明	缺省值
x	信号(Nx=length(x))	
h	频率平滑窗，h(:, i)归一化使其为单位能量	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrmmce 运行 tfrqview。

举例：

下面的例子是带有不同长度高斯分析窗的三个谱图合成的联合谱图。

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> h=zeros(19, 3);
>> h(10+(-5: 5), 1)=window(11);
>> h(10+(-7: 7), 2)=window(15);
>> h(10+(-9: 9), 3)=window(19);
>> tfrmmce(sig, h);
```

结果如图 2-60 所示。

参见：所有的 tfr* 函数。

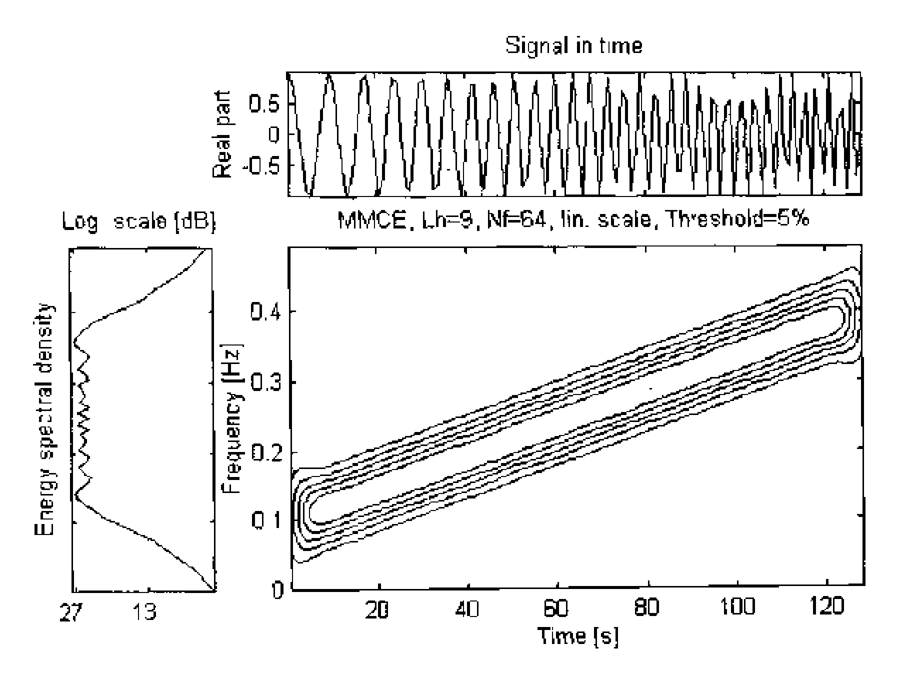


图 2-60 信号的原始图、能量谱密度及最小平均互熵联合谱图

8. tfrpage

功能：Page 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrpage(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrpage(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrpage(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrpage(x, t, N, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的 Page 时频分布，或两信号的互 Page 表示。Page 分布的表达式为

$$P_x(t, v) = \frac{\mathrm{d}\left[\left|\int_{-\infty}^{t} x(u)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v u}\,\mathrm{d}u\right|^2\right]}{\mathrm{d}t}$$

$$= 2\mathscr{R}\left\{x(t)\left(\int_{-\infty}^{t} x(u)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v u}\,\mathrm{d}u\right)^* \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v t}\right\}$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 Page，则为信号；若为互 Page，则为[x1, x2] (Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数(二进制)	Nx
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，frmmce 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> tfrpage(sig);
```

结果如图 2 - 61 所示。

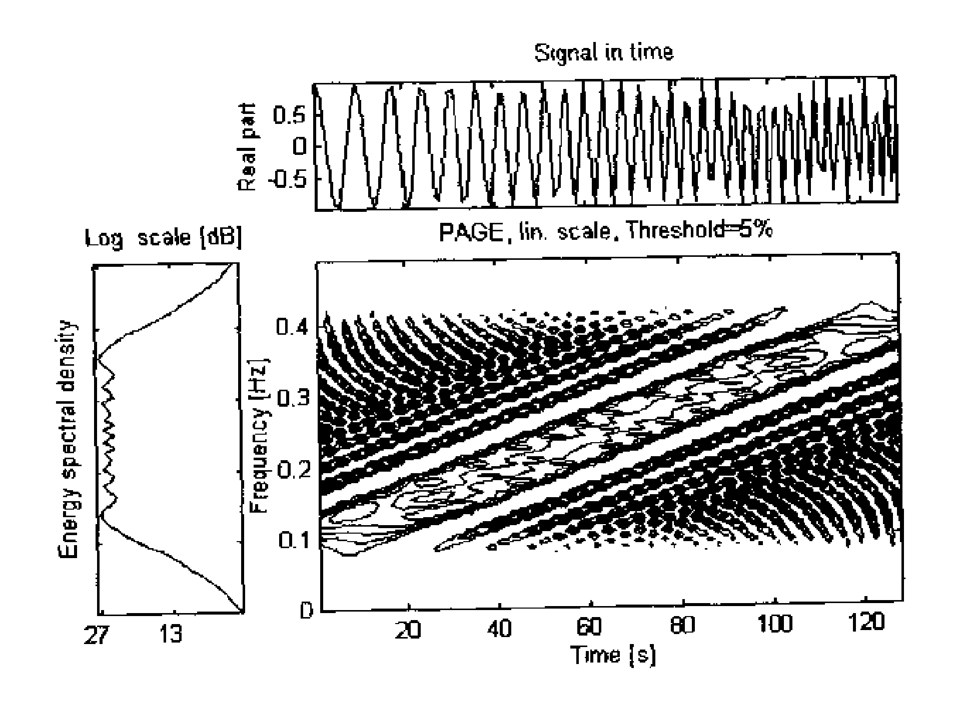


图 2 - 61　信号的原始图、能量谱密度及 Page 时频分布

参见：所有的 tfr * 函数。

9. tfrpmh

功能：伪 Margenau - Hill 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrpmh(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrpmh(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrpmh(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrpmh(x, t, N, h)

(5) [tfr, t, f]=tfrpmh(x, t, N, h, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的伪 Margenau - Hill 分布，或两信号的互伪 Margenau - Hill 表示。它的表达式为

$$\mathrm{PMH}_x(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h(\tau)}{2}(x(t+\tau)x^*(t) + x(t)x^*(t-\tau))\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\,\mathrm{d}\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 PMH，则为信号；若为互 PMH 则为 [x1，x2] (Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1：Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，frgrd 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> t=1:128;
>> h=window(63, 'Kaiser');
>> tfrpmh(sig, t, 128, h, 1);
```

结果如图 2－62 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

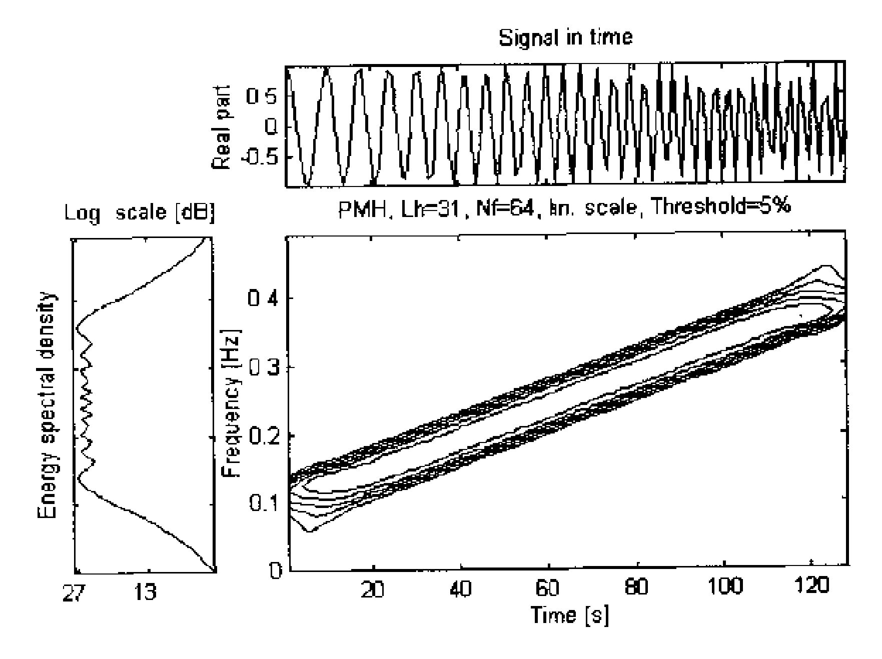


图 2－62 信号的原始图、能量谱密度及伪 Margenau－Hill 时频分布

10. tfrppage

功能：伪 Page 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrppage(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrppage(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrppage(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrppage(x, t, N, h)

(5) [tfr, t, f]=tfrppage(x, t, N, h, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的伪 Page 分布，或两信号的互伪 Page 表示。伪 Page 分布的表达式为

$$PP_x(t,v) = 2\mathscr{R}\left\{x(t)\left(\int_{-\infty}^{t} x(u)h^*(t-u)e^{-j2\pi vu}du\right)^* e^{-j2\pi vt}\right\}$$

名称	说明	缺省值
x	若为自伪 Page 分布，则为信号；若为互伪 Page 分布，则为[x1, x2](Nx=length(x))	
t	时刻 (s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，h(0)被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrppage 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> tfrppage(sig);
```

结果如图 2-63 所示。

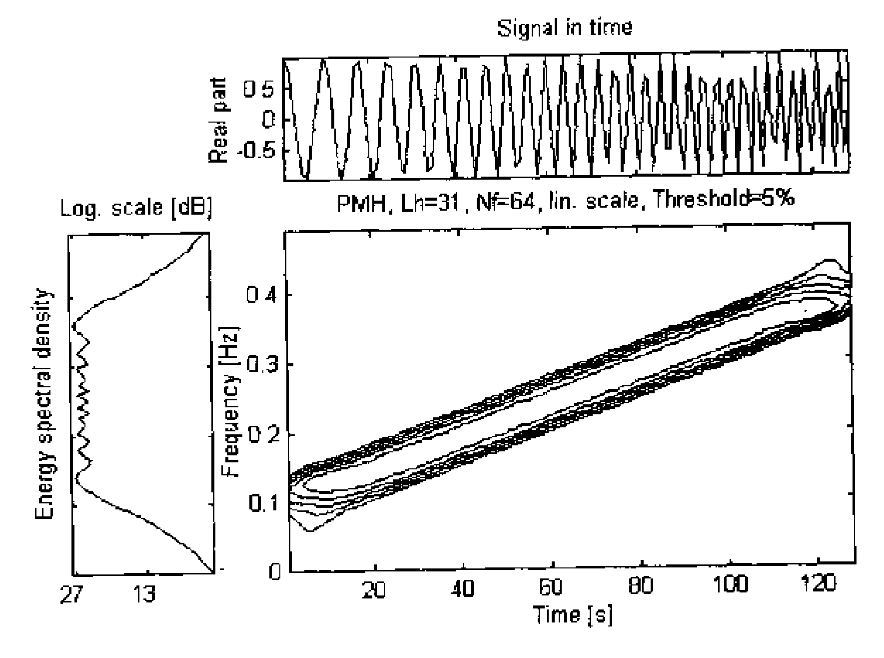


图 2-63　信号的原始图、能量谱密度及伪 Page 时频分布

参见：所有的 tfr * 函数。

11. tfrpwv

功能：伪 Wigner - Ville 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrpwv(x)

(2) [tfr, t, f]= tfrpwv (x, t)

(3) [tfr, t, f]= tfrpwv (x, t, N)

(4) [tfr, t, f]= tfrpwv (x, t, N, h)

(5) [tfr, t, f]= tfrpwv (x, t, N, h, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的伪 Wigner - Ville 分布，或两信号的互伪 Wigner - Ville 表示。伪 Wigner - Ville 分布的表达式为

$$PW_x(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi v\tau} d\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自伪 WV 分布，则为信号；若为互伪 WV 分布，则为[x1, x2] (Nx=length(x))	
t	时刻 (s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，在时域，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程。	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrpwv 运行 tfrqview

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> tfrpwv(sig);
```

结果如图 2 - 64 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

12. tfrri

功能：Rihaczek 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrri(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrri(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrri(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrri(x. t, N, trace)

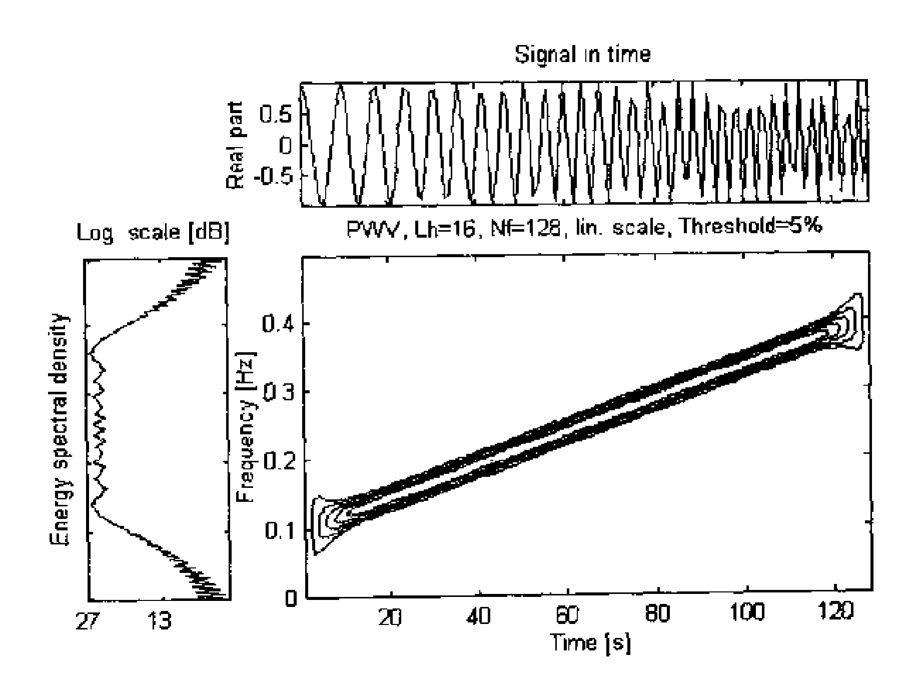


图 2－64 信号的原始图、能量谱密度及伪 Wigner－Ville 时频分布

说明：该函数计算离散时间信号 x 的 Rihaczek 时频分布，或两信号的互 Rihaczek 表示，该函数表达式为

$$R_x(t,v)=x(t)x^*(v)e^{-j2\pi vt}$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 Rihaczek 分布，则为信号；若为互 Rihaczek 分布，则为[x1, x2](Nx=length(x))	
t	时刻 (s)	(1, Nx)
N	频率数	Nx
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，对分布的实部 tfrri 使用 tfrqview，它等价于 Margenau－Hill 分布。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> tfrri(sig);
```

结果如图 2－65 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

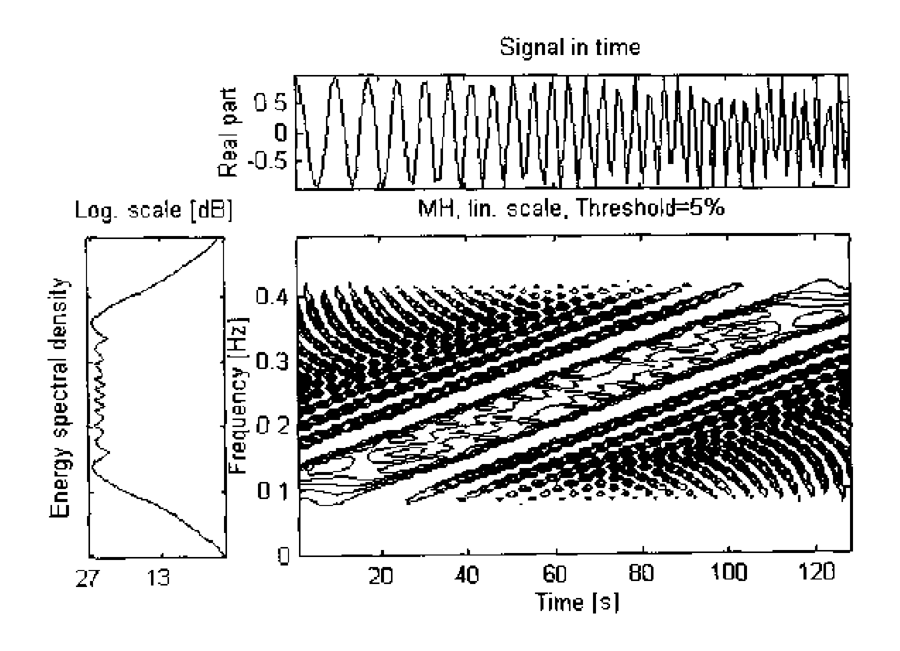


图 2-65 信号的原始图、能量谱密度及 Rihaczek 时频分布

13. tfrridb

功能：带有 Bessel 核的减小相干项分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrridb(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrridb(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrridb(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrridb(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrridb(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrridb(x, t, N, g, h, trace)

说明：该函数计算基于第一类 Bessel 函数的带有 Bessel 核的减小相干项分布，tfrridb 要么计算离散时间信号 x 的 RIDB 分布，要么计算两信号的互 RIDB 表示。该分布的表达为

$$\mathrm{RIDB}_x(t, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) R_x(t, \tau) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau} \mathrm{d}\tau$$

且

$$R_x(t, \tau) = \int_{t-|\tau|}^{t+|\tau|} \frac{2g(v)}{\pi|\tau|} \sqrt{1-\left(\frac{v-t}{\tau}\right)^2}\, x\left(v+\frac{\tau}{2}\right) x^*\left(v-\frac{\tau}{2}\right) \mathrm{d}v$$

名称	说明	缺省值
x	若为自RIDB分布，则为信号；若为互RIDB分布，则为[x1，x2]（Nx=length(x)）	
t	时刻(s)	(1，Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗，G(f)是g(t)的FT变换，G(0)被强置为1	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0)被强置为1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrridb 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=[fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4)];
>> g=window(31, 'rect');
>> h=window(63, 'rect');
>> tfrridb(sig, 1: 128, 128, g, h, 1);
```

结果如图 2－66 所示。

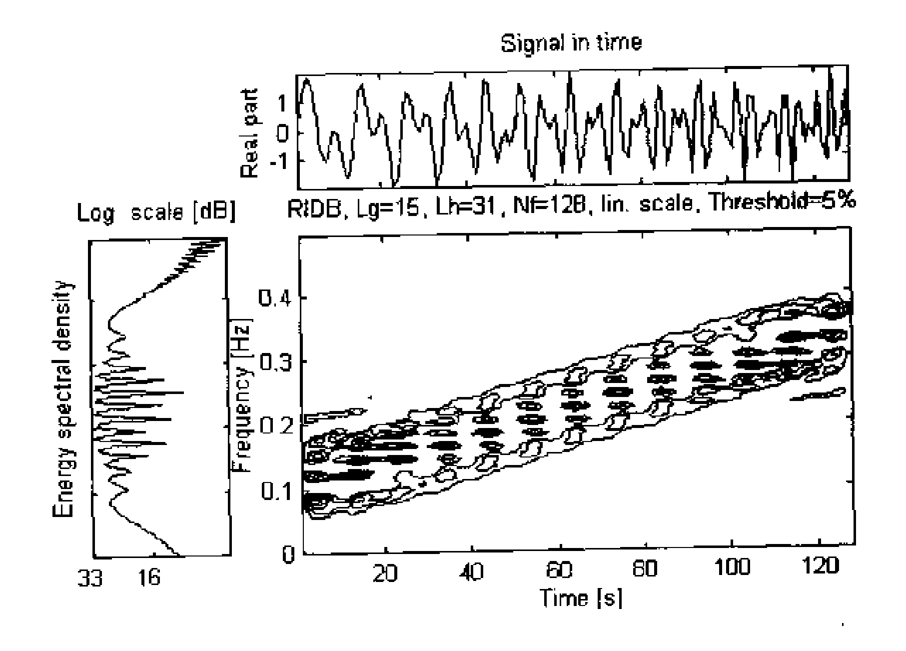


图 2－66　信号的原始图、能量谱密度及带有 Bessel 核的减少相干项分布

参见：所有的 tfr＊函数。

14. tfrridbn

功能：带有二项式核的减小相干项分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrridbn(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrridbn(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrridbn(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrridbn(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrridbn(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrridbn(x, t, N, g, b, trace)

说明：该函数计算带有二项式核的减小相干项分布，tfrridbn 要么计算离散时间信号 x 的 RIDBN 分布，要么计算两信号的互 RIDBN 表示。该分布有以下的离散时间连续频率的表达式：

$$\mathrm{RIDBN}_x(t, v) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \sum_{v=-|\tau|}^{+|\tau|} \left(\frac{1}{2^{2|\tau|+1}}\right)\left(\frac{2|\tau|+1}{|\tau|+v+1}\right) x[t+v+\tau]x^*[t+v-\tau]\mathrm{e}^{-j4\pi v\tau}$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 RIDBN 分布，则为信号；若为互 RIDBN 分布，则为[x1, x2](Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗，G(0) 被强置为 1，G(f)是 g(t)的 FT 变换	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0) 强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程 0	
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrridbn 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=[fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4)];
>> tfrridbn(sig);
```

结果如图 2 - 67 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

15. tfrridb

功能：带有汉宁窗的减小相干项分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrridh(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrridh(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrridh(x, t, N)

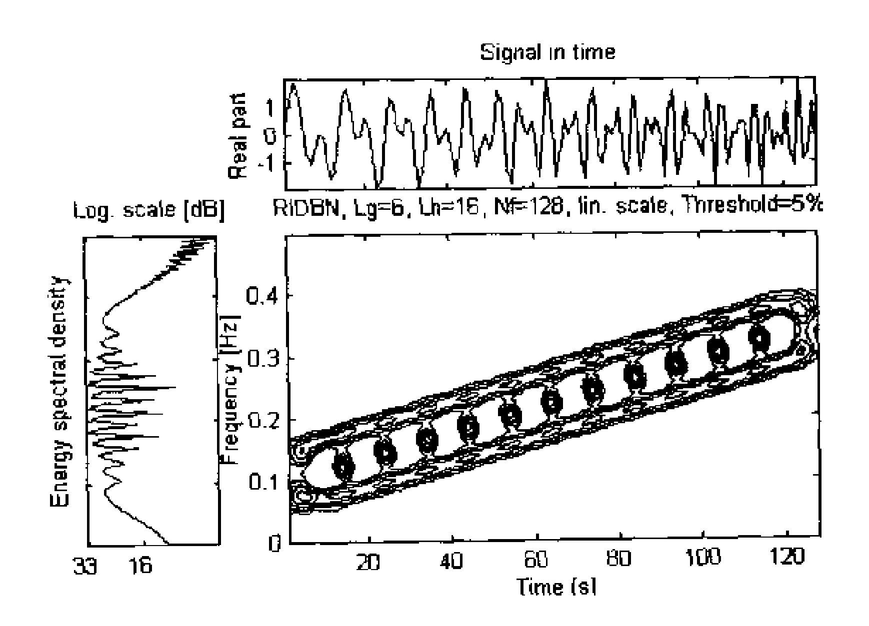


图 2－67　信号的原始图、能量谱密度及带有二项式核的减少相干项分布

(4) [tfr, t, f]=tfrridh(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrridh(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrridh(x, t, N, g, h, trace)

说明：该函数计算带有汉宁窗的减小相干项分布，tfrridh 要么计算离散时间信号 x 的 RIDH 分布，要么计算两个信号的互 RIDH 表示，该分布的表达为

$$\mathrm{RIDH}_x(t,\ v) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) R_x(t,\tau) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\, \mathrm{d}\tau$$

且

$$R_x(t,\ \tau) = \int_{-\frac{|\tau|}{2}}^{+\frac{|\tau|}{2}} \frac{g(v)}{|\tau|}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi v}{\tau}\right)\right) x\left(t+v+\frac{\tau}{2}\right) x^{*}\left(t+v-\frac{\tau}{2}\right) \mathrm{d}v$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 RIDH 分布，则为信号；若为互 RIDH 分布，则为[x1, x2](Nx=length(x))	
t	时刻 (s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗，G(0) 被强置为 1，G(f)是 g(t)的 FT 变换	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrridh 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=[fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4)];
>> g=window(31, 'rect');
>> h=window(63, 'rect');
>> tfrridh(sig, 1: 128, 128, g, h, 0);
```

结果如图 2 - 68 所示。

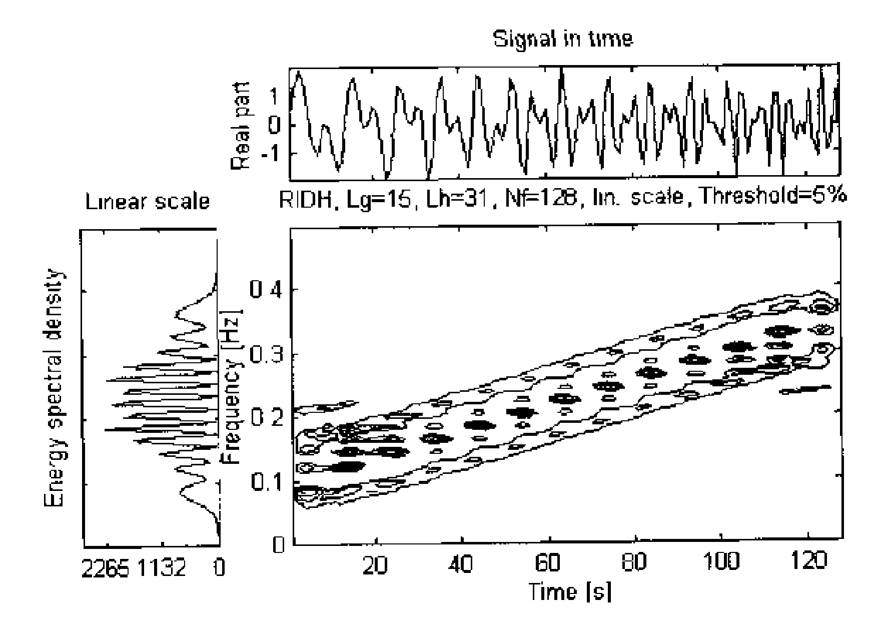


图 2 - 68 信号的原始图、能量谱密度及带有汉宁窗的减小相干项分布

参见： 所有的 tfr * 函数。

16. tfrridt

功能： 带有三角核的减小相干项分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrridt(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrridt(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrridt(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrridt(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrridt(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrridt(x, t, N, g, h, trace)

说明： 该函数计算带有三角核的减小相干项分布。tfrridt 计算离散时间信号 x 的 RIDT 分布，或者计算两信号的互 RIDT 表示。该分布有如下表达式：

$$\mathrm{RIDT}_x(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) R_x(t,\tau) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau} \mathrm{d}\tau$$

且

$$R_x(t,\tau) = \int_{-\frac{|\tau|}{2}}^{+\frac{|\tau|}{2}} \frac{2g(v)}{|\tau|} \left(1 - \frac{2|v|}{|\tau|}\right) x\left(t+v+\frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t+v-\frac{\tau}{2}\right) \mathrm{d}v$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 RIDT 分布，则为信号；若为互 RIDT 分布，则为[x1，x2] (Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1：Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗，G(0) 被强置为 1，G(f)是 g(t)的 FT 变换	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrridt 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=[fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4)];
>> g=window(31, 'rect');
>> h=window(63, 'rect');
>> tfrridt(sig, 1: 128, 128, g, h, 0);
```

结果如图 2 - 69 所示。

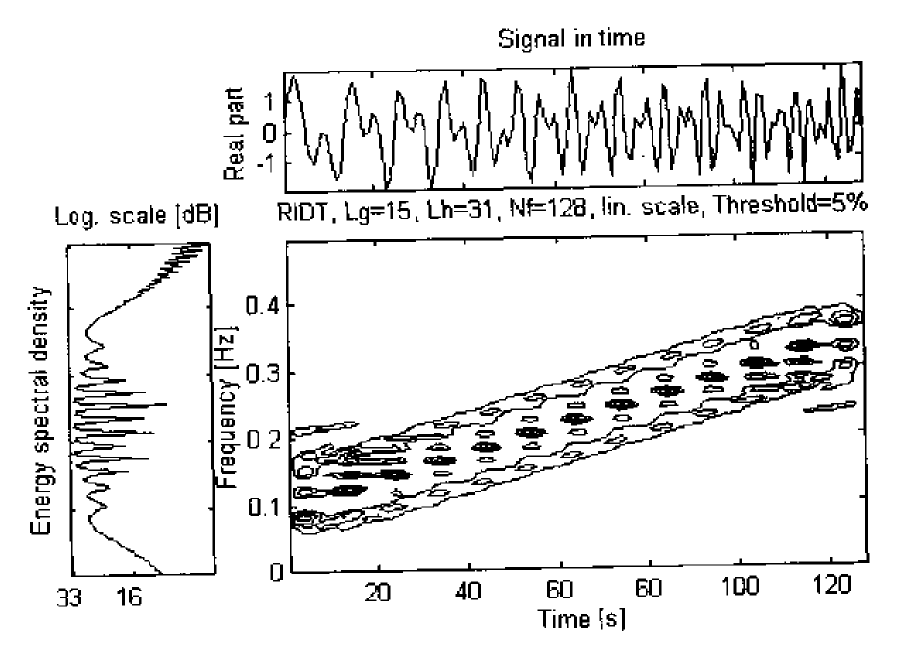


图 2 - 69 信号的原始图、能量谱密度及带有三角核的减小相干项分布

参见：所有的 tfr * 函数。

17. tfrsp

功能：谱图时频分布

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrsp(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrsp(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrsp(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrsp(x, t, N, h)

(5) [tfr, t, f]=tfrsp(x, t, N, h, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的谱图分布。它相当于 STFT 的模的平方，其表达式为

$$S_x(t,v) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)h^*(u-t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi vu}\mathrm{d}u \right|^2$$

名称	说明	缺省值
x	待分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，h(0)归一化使之成为单位能量	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
hat	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrsp 运行 tfrqivew。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> h=window(17, 'Kaiser');
>> tfrsp(sig, 1: 128, 64, h, 1);
```

结果如图 2 - 70 所示。

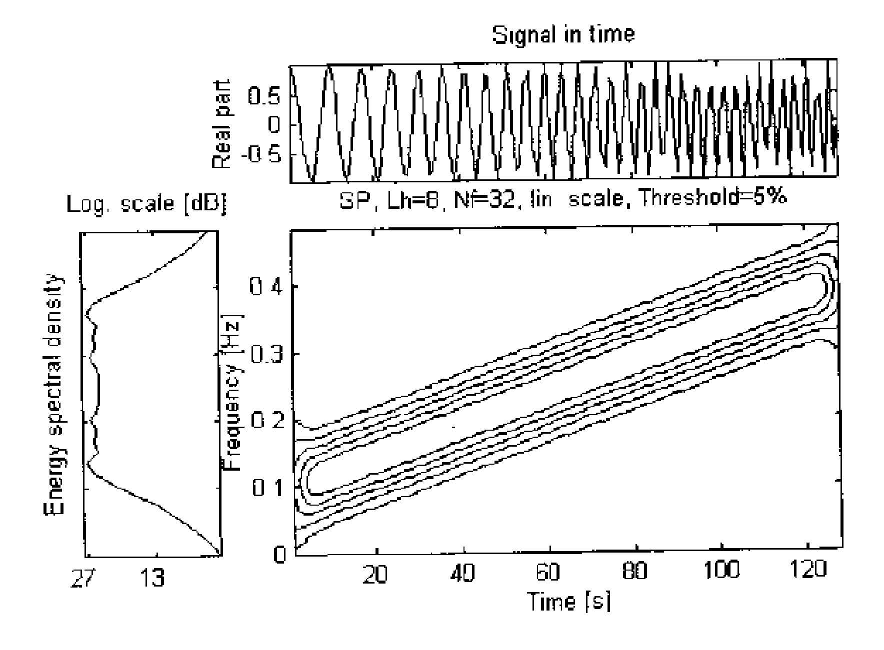


图 2 - 70 信号的原始图、能量谱密度及谱图分布

参见：所有的 tfr * 函数。

18. tfrspwv

功能：平滑伪 Wigner - Ville 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrspwv(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrspwv(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrspwv(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrspwv(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f]=tfrspwv(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, t, f]=tfrspwv(x, t, N, g, h, trace)

说明：该函数计算离散时间信号 x 的平滑伪 Wigner - Ville 分布，或两信号的互平滑伪 Wigner - Ville 分布，它的表达式为

$$\mathrm{SPW}_x(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} g(s-t)x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right) \mathrm{d}s\, \mathrm{e}^{-j2\pi v\tau}\, \mathrm{d}\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 SPWV 分布，则为信号；若为互 SPWV 分布，则为[x1, x2](Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗 G(0) 被强置为 1, G(f)是 g(t)的 FT 变换	window(odd(N/10))
h	时域的频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
hat	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrstft 运行 tfrqivew。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.05, 0.15)+fmlin(128, 0.3, 0.4);
>> g=window(15, 'Kaiser');
>> h=window(63, 'Kaiser');
>> tfrspwv(sig, 1: 128, 64, g, h, 1);
```

结果如图 2 - 71 所示。

参见：所有的 tfr * 函数

19. tfrwv

功能：Wigner - Ville 时频分布。

格式：

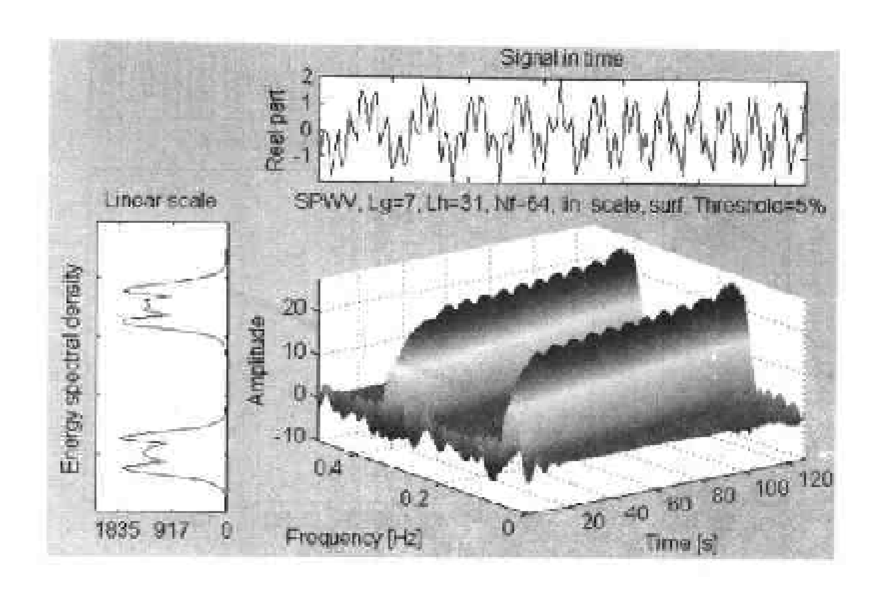


图 2－71 信号的原始图、能量谱密度及平滑伪仿射 Wigner－Ville 分布

(1) [tfr, t, f] = tfrwv(x)

(2) [tfr, t, f] = tfrwv(x, t)

(3) [tfr, t, f] = tfrwv(x, t, N)

(4) [tfr, t, f] = tfrwv(x, t, N, trace).

说明：该函数计算离散信号 x 的 Wigner－Ville 分布，或两信号的互 Wigner－Ville 表示。连续的 Wigner－Ville 分布表达如下：

$$W_x(t,\nu)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi\nu\tau}\,d\tau$$

名称	说明	缺省值
x	若为自 WV 分布，则为信号；若为互 WV 分布，则为 [x1, x2](Nx=length(x))	
t	时间	(1; Nx)
N	频率数	Nx
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrwv 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig = fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> tfrwv(sig);
```

结果如图 2－72 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

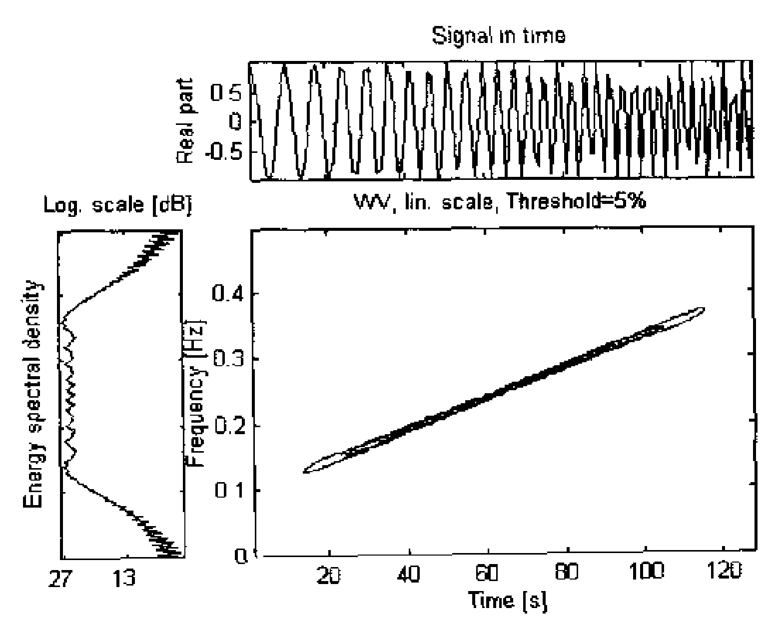


图 2-72 信号的原始图、能量谱密度及 Wigner - Ville 分布

20. tfrzam

功能：Zhao - Atlas - Marks 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f] = tfrzam(x)

(2) [tfr, t, f] = tfrzam(x, t)

(3) [tfr, t, f] = tfrzam(x, t, N)

(4) [tfr, t, f] = tfrzam(x, t, N, g)

(5) [tfr, t, f] = tfrzam(x , t , N , g , h).

(6) [tfr, t, f] = tfrzam(x, t, N, g, h, trace)

说明：该函数计算离散信号 x 的 Zhao - Atlas - Marks 分布，或两信号的互 Zhao - Atlas - Marks 表示，该分布可写为

$$\mathrm{ZAM}_x(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[h(\tau)\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2} x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}s\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v/\tau}\,\mathrm{d}\tau$$

该分布也称 Cone - Shaped 核分布。

名称	说明	缺省值
x	若为自 ZAM 分布，则为信号；若为互 ZAM 分布，则为 [x1, x2](Nx=length(x))	
t	时刻	(1: Nx)
N	频率数	Nx
g	时间平滑窗。G(0) 被强置为 1，G(f)是 g(t)的 FT 变换	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	时频表示	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrzam 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.05, 0.3)+fmlin(128, 0.15, 0.4);
>> g=window(9, 'Kaiser'); h=window(27, 'Kaiser');
>> tfrzam(sig, 1: 128, 128, g, h, 1);
```

结果如图 2－73 所示。

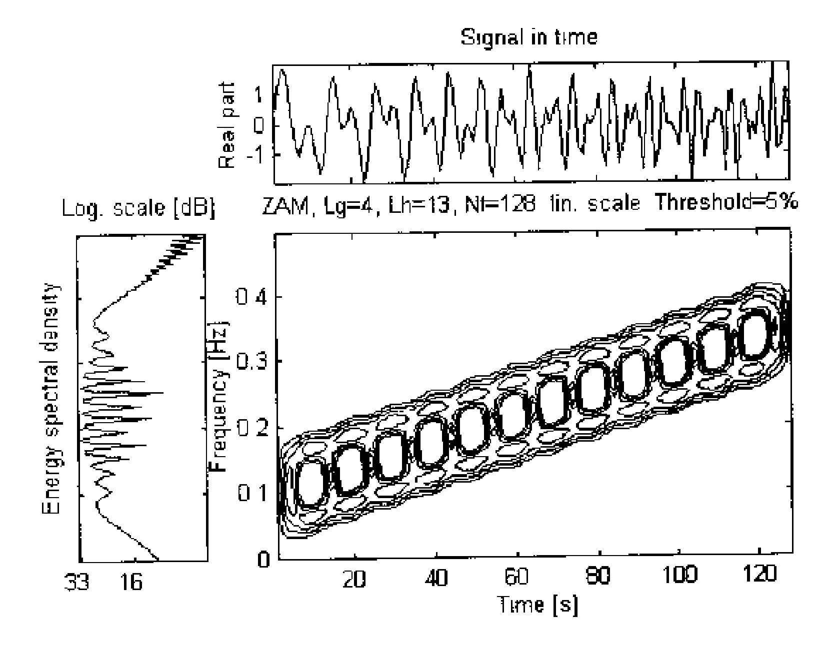


图 2－73 信号的原始图、能量谱密度及 Zhao－Atlas－Marks 分布

参见：所有的 tfr * 函数。

五、仿射类信号的双线性时频处理

1. tfrhert

功能：单位 Bertrand 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrbert(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrbert(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrbert(x, t, fmin, fmax,)

(4) [tfr, t, f]=tfrbert(x, t, fmin, fmax, N)

(5) [tfr, t, f]=tfrbert(x, t, fmin, fmax, N, trace)

说明：该函数产生自单位或互单位 Bertrand 分布。定义如下：

$$B_x(t,v) = v\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{u/2}{\sinh\left(\frac{u}{2}\right)}X\left(\frac{vue^{-u/2}}{2\sinh\left(\frac{u}{2}\right)}\right)X^*\left(\frac{vue^{+u/2}}{2\sinh\left(\frac{u}{2}\right)}\right)e^{-j2\pi vtu}\,du$$

其中，$X(v)$是$x(t)$的傅里叶变换。

名称	说明	缺省值
x	被分析的时间信号，若 x=[x1，x2]，tfrbert 计算互 D-Bertrand 分布(Nx=length(x))	
t	估计时频表示的时刻	(1：Nx)
fmin,fmax	分别为被分析信号频率的上、下限。这些参数确定信号的频带，如果不带这些参数，则必须从命令行输入它们，fmin 和 fmax 的值必须大于 0 且小于等于 0.5	
N	取决于 fmin 和 fmax 的值	
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	包含分布系数的时频矩阵(x 轴为单位采样时间，y 轴为几何采样频率)，时频表示的首行为最低频率	
f	归一化频率向量(几何采样频率从 fmin 到 fmax)	

当不带输出参数调用该函数时，tfrbert 运行 tfrqview。

举例：>> sig=altes(64，0.1，0.45)；tfrbert(sig)；

结果如图 2-74 所示。

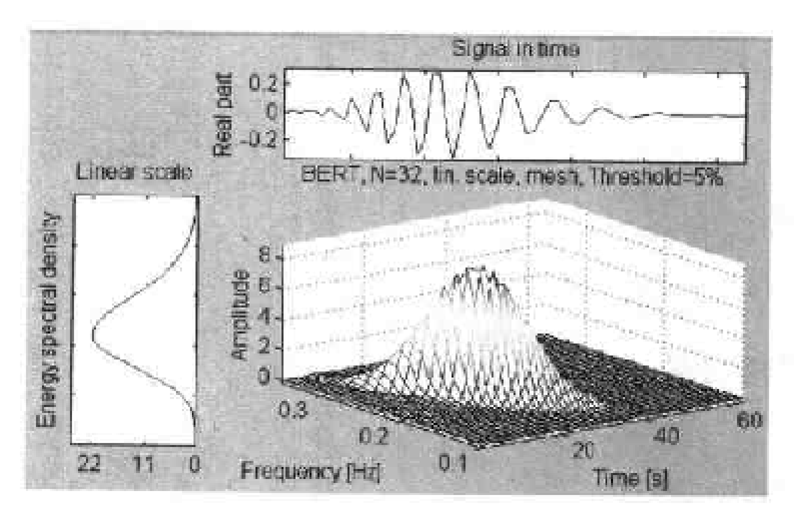


图 2-74　信号的原始图、能量谱密度及 Bertrand 分布

参见：所有的 tfr * 函数。

2. tfrdfla

功能：D-Flandrin 时频分布。

格式：

(1) [tfr，t，f]=tfrdfla(x)

(2) [tfr，t，f]=tfrdfla(x，t)

(3) [tfr，t，f]=tfrdfla(x，t，fmin，fmax)

(4) [tfr，t，f]=tfrdfla(x，t，fmin，fmax，N)

(5) [tfr，t，f]=tfrdfla(x，t，fmin，fmax，N，trace)

说明：该函数产生自或互 D-Flandrin 分布，该分布的表达式为

$$D_x(t,v)=v\int_{-\infty}^{+\infty}\left(1-\left(\frac{\gamma}{4}\right)^2\right)X\left(v\left(1-\frac{\gamma}{4}\right)^2\right)X^*\left(v\left(1+\frac{\gamma}{4}\right)^2\right)e^{-j2\pi\gamma tv}\,d\gamma$$

名称	说明	缺省值
x	被分析的时间信号。若 x=[x1, x2]，tfrdfla 计算互 D-Flandrin 分布(Nx=length(x))	
t	估计时频表示的时刻	(1: Nx)
fmin, fmax	分别为被分析信号频率的上、下限。这些参数确定信号的频带，如果不带这些参数，则必须从命令行输入它们，fmin 和 fmax 的值必须大于 0 且小于等于 0.5	
N	取决于 fmin 和 fmax 的值	
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	包含分解系数的时频矩阵(横轴为单位采样时间，纵轴为几何采样频率)，tfr 的首行为最低频率	
f	从 fmin 到 fmax 几何采样得到的频率的归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，tfrdfla 运行 tfrqview。

举例:

```
>> sig=altes(64, 0.1, 0.45);
>> tfrdfla(sig);
```

结果如图 2-75 所示。

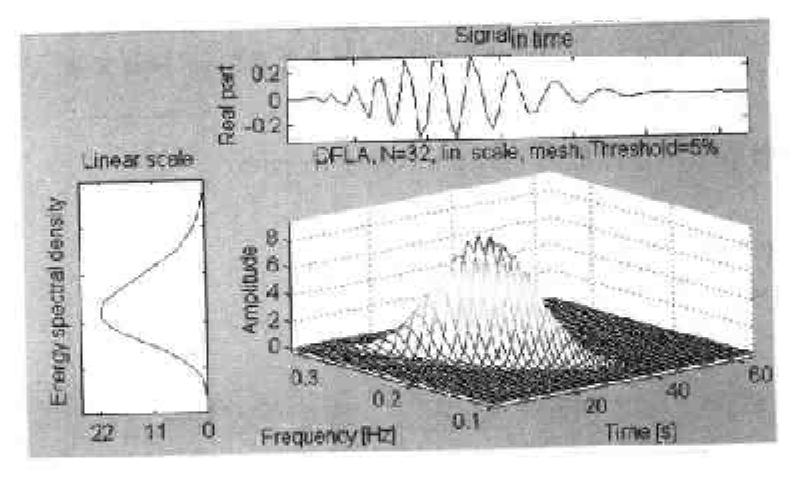


图 2-75 信号的原始图、能量谱密度及 D-Flandrin 分布

参见: 所有的 tfr * 函数。

3. tfrscalo

功能: Morlet 或 Mexican hat 小波尺度图。

格式:

(1) [tfr, t, f]=tfrscalo(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrscalo(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrscalo(x, t, wave)

(4) [tfr, t, f]=tfrscalo(x, t, wave, fmin, fmax)

(5) [tfr, t, f]=tfrscalo(x, t, wave, fmin, fmax, N)

(6) [tfr, t, f]=tfrscalo(x, t, wave, fmin, fmax, N, trace)

说明：该函数计算尺度图(连续小波变换的幅值的平方)。它的表达式为

$$SC_x(t, a; h) = \left|T_x(t, a; h)\right|^2 = \frac{1}{|a|}\left|\int_{-\infty}^{+\infty} x(s)h^*\left(\frac{s-t}{a}\right)ds\right|^2$$

这种时间—尺度表示有等价的时间—频率表示，可采用正式的辨识 $a=\frac{v_0}{v}$ 获得，v_0 是母小波函数 $h(t)$ 的中心频率。

名称	说明	缺省值
x	被分析的信号(Nx=length(x)，使用它的解析形式(z=Hilbert(real(x)))	
t	估计时频表示的时刻	(1:Nx)
wave	尺度为粗略值的半长 Morlet 小波，当 wave=0 时，用 Maxican hat 小波	Sqrt(Nx)
fmin,fmax	分别为被分析信号频率的上、下限。这些参数确定信号的频带，如果不带这些参数，则必须从命令行输入它们，fmin 和 fmax 的值必须大于 0 且小于等于 0.5	
N	取决于 fmin 和 fmax 的值	
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	包含分解系数的时频矩阵(横轴为单位采样时间，纵轴为几何采样频率)，时频表示的首行为最小频率	
f	归一化频率向量(从 fmin 到 fmax 的几何采样)	
wt	包含相关小波变换的复矩阵。尺度图时频表示是小波变换的平方模	

当不带输出参数调用该函数时，tfrunter 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=altes(64, 0.1, 0.45);
>> tfrscalo(sig);
```

结果如图 2-76 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

4. tfrspaw

功能：平滑的伪仿射 Wigner 时频分布。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrspaw(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrspaw(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrspaw(x, t, k)

(4) [tfr, t, f]=tfrspaw(x, t, k, nh0)

(5) [tfr, t, f]=tfrspaw(x, t, k, nh0, ng0)

(6) [tfr, t, f]=tfrspaw(x, t, k, nh0, ng0, fmin, fmax)

(7) [tfr, t, f]=tfrspaw(x, t, k, nh0, ng0, fmin, fmax, N)

(8) [tfr, t, f]=tfrspaw(x, t, k, nh0, ng0, fmin, fmax, N, trace)

说明：该函数生成自或互平滑的伪仿射 Wigner 分布。它的广义表达式为

$$P_x^k(t,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_k(u)}{\sqrt{\lambda_k(u)\lambda_k(-u)}} T_x(t,\ \lambda_k(u)r;\ \Psi) T_x^*(t,\ \lambda_k(-u)v;\ \Psi)\mathrm{d}u$$

其中，$T_x(t,\ v;\ \Psi)$ 是连续小波变换，且

$$\Psi(t) = (\pi t_0^2)^{-1/4} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{t_0}\right)^2 + \mathrm{j}2\pi v_0 t\right]$$

是 Morlet 小波。

$$\lambda_k(u,k) = \left(\frac{k(\mathrm{e}^{-u}-1)}{\mathrm{e}^{-ku}-1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

名 称	说 明	缺省值
x	待分析的时间信号，若 x=[x1, x2]，tfrspaw 计算互平滑的伪仿射 Wigner 分布(Nx=length(x))	
t	估计时频表示的时刻	(1: Nx)
k	分布选择参数： k=−1：平滑伪 active Unterberge 分布 k=0：平滑伪 Bertrand 分布 k=1/2：平滑伪 D-Flandrin 分布 k=2：仿射平滑的伪 Wigner - Ville 分布	0
nh0	尺度为粗略值的半长小波，采用 Morlet 小波，nh0 控制对平滑伪仿射 Wigner 分布的频率的平滑	Sqrt(Nx)
ng0	时间平滑窗的一半，ng0=0 对应伪仿射平滑 Wigner 分布	
fmin, fmax	分别为被分析信号频率的上、下限。这些参数确定信号的频带，如果不带这些参数，则必须从命令行输入它们，fmin 和 fmax 的值必须大于 0 且小于等于 0.5	
N	取决于 fmin 和 fmax 的值	

trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	包含分解系数的时频矩阵(横轴为单位采样时间，纵轴为几何采样频率)，tfr 的首行为最小频率	
f	归一化频率向量(从 fmin 到 fmax 的几何采样)	

当不带输出参数调用该函数时，tfrunter 运行 tfrqview。

举例:

```
>> sig=altes(64, 0.1, 0.45); tfrspaw(sig);
```

结果如图 2－77 所示。

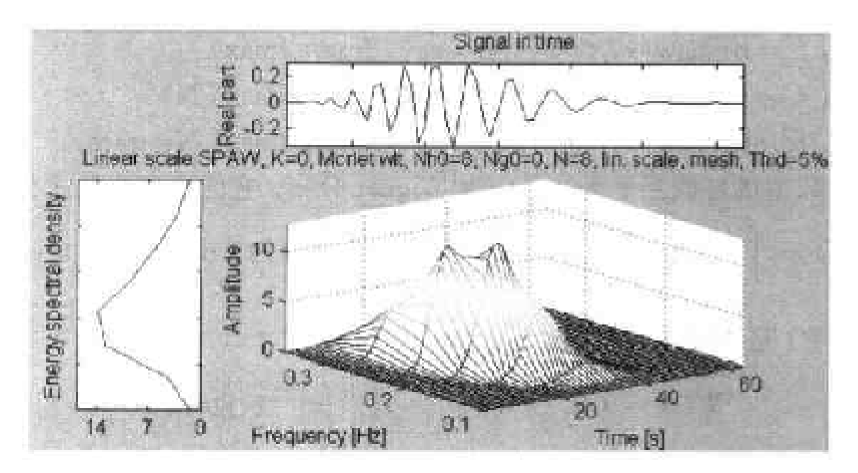


图 2－77　信号的原始图、能量谱密度及平滑的伪仿射 Wigner 分布

参见：所有的 tfr＊函数。

5. tfrunter

功能：active 或 passive Unterberger 时频分布。

格式:

(1) [tfr, t, f]=tfrunter(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrunter(x, t)

(3) [tfr, t, f] = tfrunter(x, t, form)

(4) [tfr, t, f] = tfrunter(x, t, form, fmin, fmax)

(5) [tfr, t, f] = tfrunter(x, t, form, fmin, fmax, N)

(6) [tfr, t, f] = tfrunter(x, t, form, fmin, fmax, N, trace)

说明：该函数产生 active 或 passive Unterberger 时频分布。active Unterberger 分布的表达式为

$$U_x^{(a)}(t, a) = \frac{1}{|a|}\int_0^{+\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha^2}\right)X\left(\frac{\alpha}{a}\right)X^*\left(\frac{1}{\alpha a}\right)e^{j2\pi(\alpha-1/\alpha)\frac{t}{a}}\,d\alpha$$

passive Unterberger 分布函数可写为

$$U_x^{(p)}(t,a) = \frac{1}{|a|}\int_0^{+\infty}\frac{2}{\alpha}X\left(\frac{\alpha}{a}\right)X^*\left(\frac{1}{\alpha a}\right)e^{j2\pi(\alpha-\frac{1}{\alpha})\frac{t}{a}}\,d\alpha$$

名称	说明	缺省值
x	被分析的时域信号，若 x=[x1, x2]，tfrunter 计算互 Unterberger 分布(Nx=length(x))	
t	估计时频表示的时刻	(1: Nx)
form	"A"为 active Unterberger 分布，"P"为 passive Unterberger 分布	A
fmin,fmax	分别为被分析信号频率的上、下限。这些参数确定信号的频带，如果不带这些参数，则必须从命令行输入它们，fmin 和 fmax 的值必须大于 0 且小于等于 0.5	
N	取决于 fmin 和 fmax 的值	
trace	如果非零，则显示算法的进程	
tfr	包含分解系数的时频矩阵(横轴为单位采样时间，纵轴为几何采样频率)，tfr 的首行为最小频率	
f	归一化频率向量(从 fmin 到 fmax 的几何采样)	

当不带输出参数调用该函数时，tfrunter 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig = altes(64, 0.1, 0.45);
>> tfrunter(sig);
```

结果如图 2 - 78 所示。

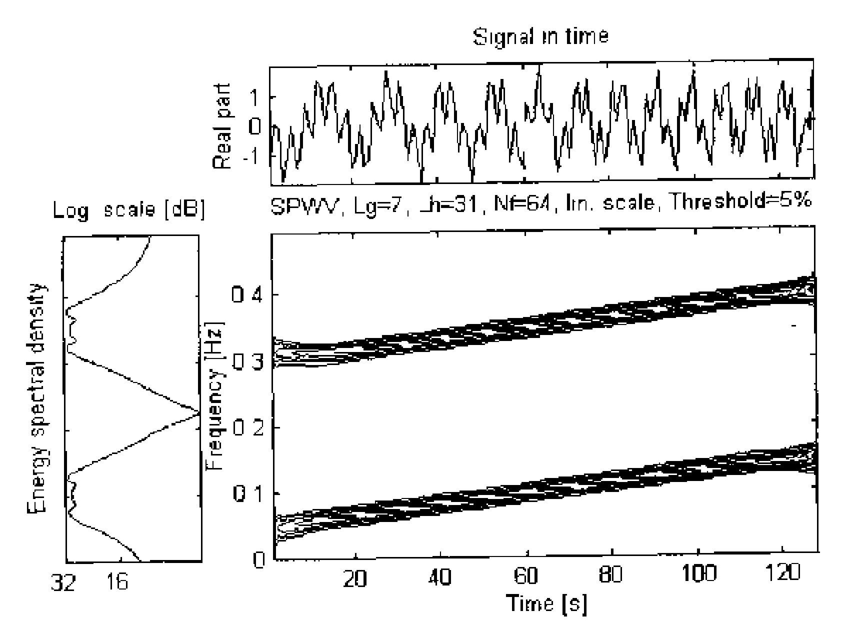


图 2 - 78 信号的原始图、能量谱密度及 Unterberger 分布

参见：所有的 tfr * 函数。

六、信号的重排时频处理

1. tfrrgab

功能：重排 Gabor 谱图时频分布。

格式：

(1) [tfr, rtfr, hat]=tfrrgab(x)

(2) [tfr, rtfr, hat]=tfrrgab(x, t)

(3) [tfr, rtfr, hat]=tfrrgab(x, t, N)

(4) [tfr, rtfr, hat]=tfrrgab(x, t, N, Nh)

(5) [tfr, rtfr, hat]=tfrrgab(x, t, N, Nh, trace)

(6) [tfr, rtfr, hat]=tfrrgab(x, t, N, Nh, trace, k)

说明：该函数计算 Gabor 谱图和它的重排形式。用于该谱图的分析窗 h 是一个高斯窗，它比 tfrrsp 函数(在该条件下，T_h 和 D_h 是共线的)的运算速度快 20%。重排的 Gabor 谱图可由下式来表示：

$$S_x^{(r)}(t', v'; h) = \iint S_x(t, v; h)\delta(t' - \hat{t}(x; t, v))\delta(v' - \hat{v}(x; t, v))\mathrm{d}t\mathrm{d}v$$

式中

$$\hat{t}(x; t, v) = t - \mathscr{R}\left\{\frac{F_x(t, v; \tau_h)F_x(t, v; h)}{|F_x(t, v; h)|^2}\right\}$$

$$\hat{v}(x; t, v) = v + \mathscr{I}\left\{\frac{F_x(t, v; D_h)F_x^*(t, v; h)}{2\pi|F_x(t, v; h)|^2}\right\}$$

且

$$T_h(t) = t\,h(t), \quad D_h(t) = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}(t)$$

名 称	说 明	缺省值
x	被分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻 (s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
Nh	高斯窗长度	N/4
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
k	两端点值	0.001
tfr, rtfr	时频表示和它的重排形式	
hat	重排向量的复矩阵	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrgab 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> tfrrgab(sig, 1: 128, 128, 19, 1);
```

结果如图 2 - 79 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

2. tfrrmsc

功能：重排 Morlet 尺度图时频分布。

格式：

(1) [tfr, rtfr, hat]=tfrrmsc(x)

(2) [tfr, rtfr, hat]=tfrrmsc(x, t)

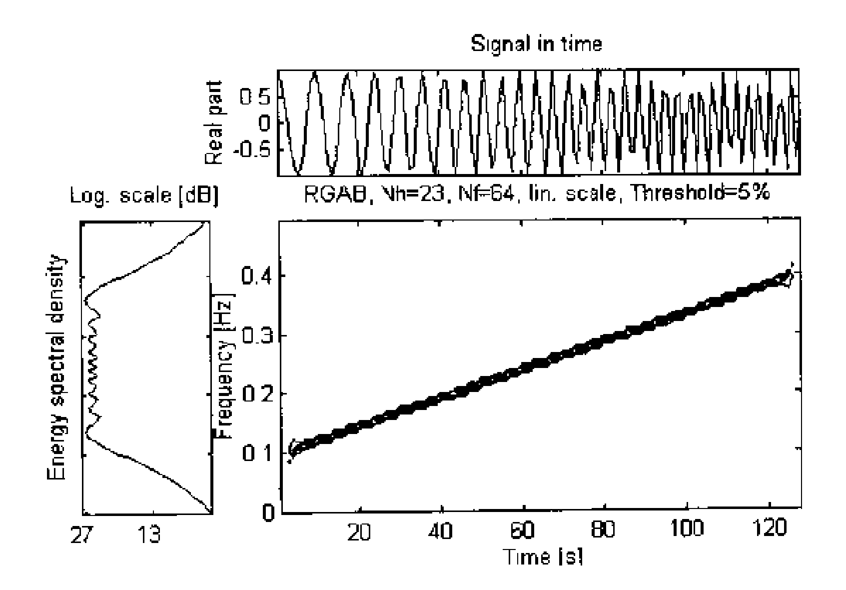


图 2-79 信号的原始图、能量谱密度及重排 Gabor 谱图分布

(3) [tfr, rtfr, hat]=tfrrmsc(x, t, N)

(4) [tfr, rtfr, hat]=tfrrmsc(x, t, N, f0t)

(5) [tfr, rtfr, hat]=tfrrmsc(x, t, N, f0t, trace)

说明：该函数计算 Morlet 尺度图和它的重排形式。重排 Morlet 尺度图可由下式表示（其中 $h(t)$ 是高斯窗）：

$$SC_x^{(r)}(t', a'; h) = \iint_{-\infty}^{+\infty} a'^2 SC_x(t, a; h)\delta(t' - \hat{t}(x; t, a))\delta(a' - \hat{a}(x; t, a)) \frac{dt\, da}{a^2}$$

且

$$\hat{t}(x; t, a) = t - \mathscr{R}\left\{a \frac{T_x(t, a; \tau_h)T_x^*(t, a; h)}{|T_x(t, a; h)|^2}\right\}$$

$$\hat{v}(x; t, a) = \frac{v_0}{\hat{a}(x; t, a)} = \frac{v_0}{a} + \mathscr{I}\left\{\frac{T_x(t, a; D_h)T_x^*(t, a; h)}{2\pi a|T_x(t, a; h)|^2}\right\}$$

$$T_h(t) = th(t), \ D_h(t) = \frac{dh}{dt}(t)$$

$SC_x(t, a; h)$ 表示尺度图，$T_x(t, a; h)$ 表示小波变换

$$SC_x(t, a; h) = |T_x(t, a; h)|^2 = \frac{1}{|a|}\left|\int_{-\infty}^{+\infty} x(s)h^*\left(\frac{s-t}{a}\right)ds\right|^2$$

名称	说明	缺省值
x	被分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
f0t	母小波的时间带宽积	2.5
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr, rtfr	时频表示和它的重排形式	
hat	重排向量的复矩阵	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrmsc 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(64, 0.1, 0.4);
>> tfrrmsc(sig, 1:64, 64, 2.1, 1);
```

结果如图 2 - 80 所示。

参见： 所有的 tfr * 函数。

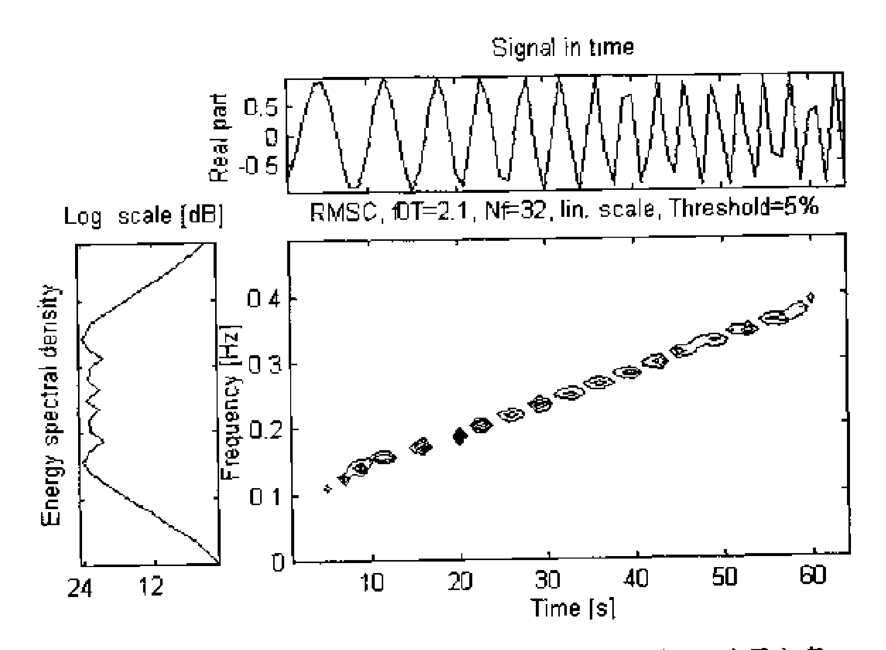


图 2 - 80　信号的原始图、能量谱密度及重排 Morlet 尺度图分布

3. tfrrpmh

功能： 重排伪 Margenau - Hill 时频分布。

格式：

(1) [tfr, rtfr, hat]=tfrrpmh(x)

(2) [tfr, rtfr, hat]=tfrrpmh(x, t)

(3) [tfr, rtfr, hat]=tfrrpmh(x, t, N)

(4) [tfr, rtfr, hat]=tfrrpmh(x, t, N, h)

(5) [tfr, rtfr, hat]=tfrrpmh(x, t, N, h, trace)

说明： 该函数计算伪 Margenau - Hill 分布和它的重排形式。重排伪 Margenau - Hill 分布的表达式如下：

$$\mathrm{PMH}_x^{(r)}(t',v';h)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{PMH}_x(t,v;h)\delta(t'-\hat{t}(x;t,v))\delta(v'-\hat{v}(x;t,v))\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v$$

其中

$$\hat{t}(x;t,v)=t$$

$$\hat{v}(x;t,v)=v+\mathscr{J}\left\{\frac{F_x(t,v;D_h)F_x^*(t,v;h)}{2\pi|F_x(t,v;h)|^2}\right\}$$

$D_h(t)=\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}(t)$ 和 $F_x(t,v;h)$ 是带有分析窗 $h(t)$ 的 $x(t)$ 的短时傅里叶变换。

名称	说明	缺省值
x	被分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1：Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	windows(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr，rtfr	时频表示和它的重排形式	
hat	重排向量的复矩阵	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrpmh 运行 tfrqview。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4); h=window(17, 'Kaiser');
>>tfrrpmh (sig, 1: 128, 64, h , 1);
```

结果如图 2－81 所示。

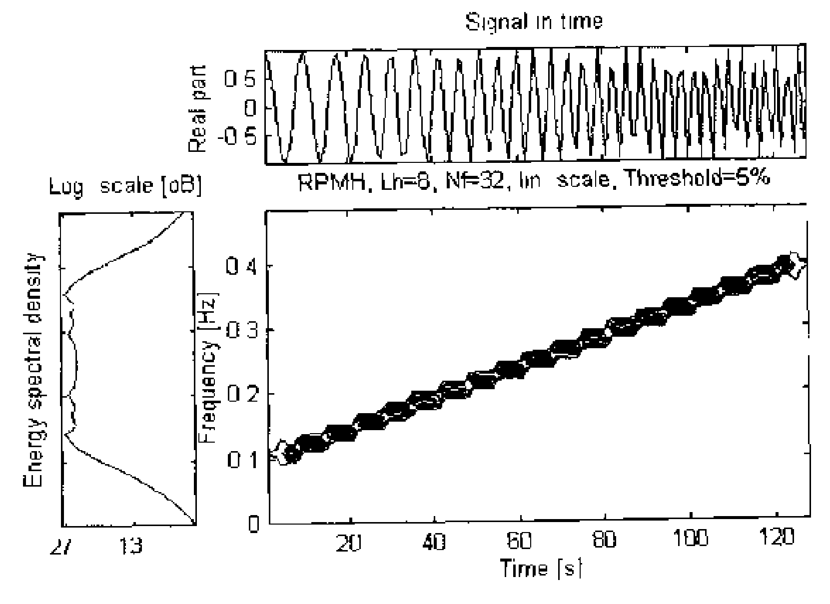


图 2－81 信号的原始图、能量谱密度及重排伪 Margenau－Hill 分布

参见：所有的 tfr * 函数。

4. tfrrppag

功能：重排伪 Page 时频分布。

格式：

(1) [tfr, rtfr, hat] = tfrrppag(x)

(2) [tfr, rtfr, hat] = tfrrppag(x, t)

(3) [tfr, rtfr, hat] = tfrrppag(x, t, N)

(4) [tfr, rtfr, hat] = tfrrppag(x, t, N, h)

(5) [tfr, rtfr, hat] = tfrrppag(x, t, N, h, trace)

说明：该函数计算伪Page分布和它的重排形式。重排伪page分布由下式给出：

$$PP_x^{(r)}(t',v';h)=\iint_{-\infty}^{+\infty}PP_x(t,v;h)\delta(t'-\hat{t}(x;t,v))\delta(v'-\hat{v}(x;t,v))\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v$$

且

$$\hat{t}(x;t,v)=t$$

$$\hat{v}(x;t,v)=v+\mathscr{J}\left\{\frac{F_x(t,v;D_h)F_x^*(t,v;h)}{2\pi|F_x(t,v;h)|^2}\right\}$$

$D_h(t)=\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}(t)$ 和 $F_x(t,v;h)$ 是带有分析窗 $h(t)$ 的 $x(t)$ 的短时傅里叶变换。

名 称	说　明	缺省值
x	待分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，h(0)被强置为1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr, rtfr	时频表示和它的重排形式	
hat	重排向量的复矩阵	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrppag运行tfrqivew。

举例：

```
>> sig = fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> h = window(65, 'gauss');
>> tfrrppag(sig, 1: 128, 128, h, 1);
```

结果如图2-82所示。

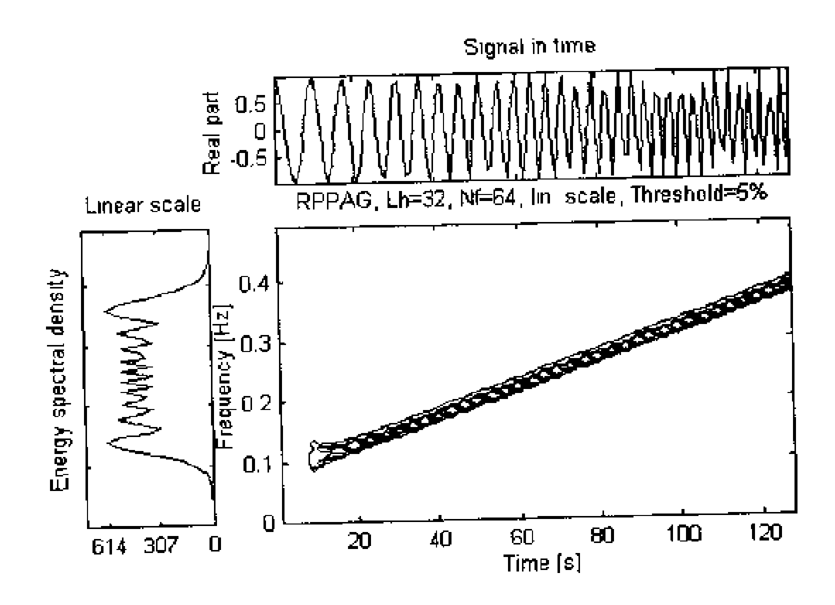


图2-82　信号的原始图、能量谱密度及重排伪Page分布

参见：所有的 tfr * 函数。

5．tfrrpwv

功能：重排伪 Wigner - Ville 时频分布。

格式：

(1) [tfr, rtfr, hat] = tfrrpwv(x)

(2) [tfr, rtfr, hat] = tfrrpwv(x, t)

(3) [tfr, rtfr, hat] = tfrrpwv(x, t, N)

(4) [tfr, rtfr, hat] = tfrrpwv(x, t, N, h)

(5) [tfr, rtfr, hat] = tfrrpwv(x, t, N, h, trace)

说明：该函数计算伪 Wigner - Ville 分布和它的重排形式。该分布有如下表达式：

$$\mathrm{PWV}_x(t, v; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau} \mathrm{d}\tau$$

$$\mathrm{PWV}_x^{(r)}(t', v'; h) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{PWV}_x(t, v; h) \delta(t' - \hat{t}(x; t, v)) \delta(v' - \hat{v}(x; t, v)) \mathrm{d}t\, \mathrm{d}v$$

式中

$$\hat{t}(x; t, v) = t$$

$$\hat{v}(x; t, v) = v + \mathrm{j}\frac{\mathrm{PWV}_x(t, v; D_h)}{2\pi \mathrm{PWV}_x(t, v; h)}$$

且

$$D_h(t) = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}(t)$$

名称	说明	缺省值
x	待分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr, rtfr	时频表示和它的重排形式	
hat	重排向量的复矩阵	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrpwv 运行 tfrqivew。

举例：

```
>> sig = fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> h = window(17, 'Kaiser');
>> tfrrpwv(sig, 1: 128, 64, h, 1);
```

结果如图 2 - 83 所示。

参见：所有的 tfr * 函数。

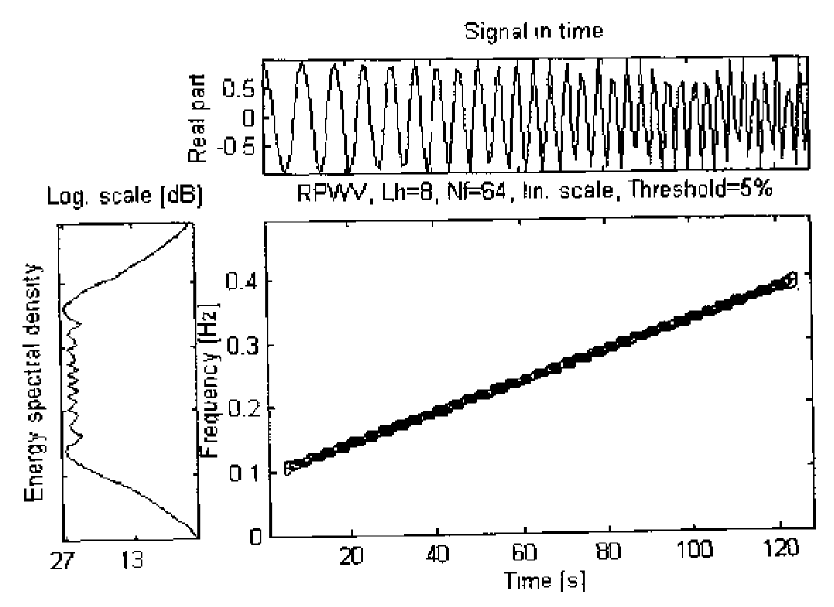


图 2-83　信号的原始图、能量谱密度及重排伪 Wigner - Ville 分布

6、tfrrsp

功能：重排谱图。

格式：

(1) [tfr, rtfr, hat] = tfrrsp(x)

(2) [tfr, rtfr, hat] = tfrrsp(x, t)

(3) [tfr, rtfr, hat] = tfrrsp(x, t, N)

(4) [tfr, rtfr, hat] = tfrrsp(x, t, N, trace)

说明：该函数计算谱图和它的重排形式。重排谱图有如下表达式：

$$S_x^{(r)}(t', v'; h) = \iint_{-\infty}^{+\infty} S_x(t, v; h)\delta(t' - \hat{t}(x; t, v))\delta(v' - \hat{v}(x; t, v))\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v$$

式中

$$\hat{t}(x; t, v) = t - \mathscr{R}\left\{\frac{F_x(t, v; \tau_h)F_x^*(t, v; h)}{|F_x(t, v; h)|^2}\right\}$$

$$\hat{v}(x; t, v) = v + \mathscr{I}\left\{\frac{F_x(t, v; D_h)F_x^*(t, v; h)}{2\pi|F_x(t, v; h)|^2}\right\}$$

其中

$$T_h(t) = th(t) \quad 和 \quad D_h(t) = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}(t)$$

名 称	说　明	缺省值
x	被分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1: Nx)
N	频率数	Nx
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr, rtfr	时频表示和它的重排形式	
hat	重排向量的复矩阵	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrsp 运行 tfrqivew。

举例：

```
>> sig = fmlin(128, 0.1, 0.4); h = window(17, 'Kaiser');
>> tfrrsp(sig, 1: 128, 64, h, 1);
```

结果如图 2－84 所示。

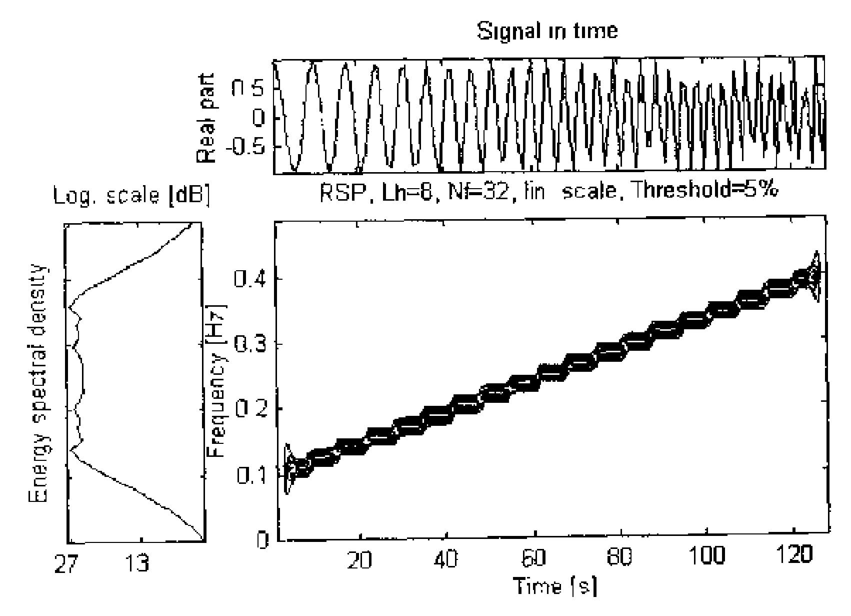


图 2－84 信号的原始图、能量谱密度及重排谱图

参见：所有的 tfr * 函数。

7. tfrrspwv

功能：重排平滑伪 Wigner－Ville 时频分布。

格式：

(1) [tfr, rtfr, hat] = tfrrspwv(x)

(2) [tfr, rtfr, hat] = tfrrspwv(x, t)

(3) [tfr, rtfr, hat] = tfrrspwv(x, t, N)

(4) [tfr, rtfr, hat] = tfrrspwv(x, t, N, g)

(5) [tfr, rtfr, hat] = tfrrspwv(x, t, N, g, h)

(6) [tfr, rtfr, hat] = tfrrspwv(x, t, N, g, h, trace)

说明：该函数计算平滑伪 Wigner－Ville 分布和它的重排形式。这些分布有如下表达式：

$$\mathrm{SPWV}_x(t,v;\ g,h) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} g(s-t)x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}s\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v\tau}\,\mathrm{d}\tau$$

$$\mathrm{SPWV}_x^{(r)}(t',v';\ g,h) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{SPWV}_x(t,v;g,h)\delta(t'-\hat{t}(x;t,v))\delta(v'-\hat{v}(x;\ t,v))\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v$$

其中

$$\hat{t}(x;\ t,\ v) = t - \frac{\mathrm{SPWV}_x(t,\ v;\ \tau_g,\ h)}{2\pi\mathrm{SPWV}_x(t,\ v;\ g,\ h)}$$

$$\hat{v}(x;\ t,\ v) = v + \mathrm{j}\frac{\mathrm{SPWV}_x(t,\ v;\ g,\ D_h)}{2\pi\mathrm{SPWV}_x(t,\ v;\ g,\ h)}$$

且有　　$$D_h(t) = \frac{dh}{dt}(t)$$

名称	说明	缺省值
x	被分析的信号(Nx=length(x))	
t	时刻(s)	(1：Nx)
N	频率数	Nx
g	平滑时间窗，G(0) 被强置为 1，G(f)是 g(t)的 FT 变换	window(odd(N/10))
h	频率平滑窗，h(0) 被强置为 1	window(odd(N/4))
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr，rtfr	时频表示和它的重排形式	
hat	重排向量的复矩阵	

当不带输出参数调用该函数时，tfrrspwv 运行 tfrqivew。

举例：

```
>> sig = fmlin(128, 0.05, 0.15)+fmlin(128, 0.3, 0.4);
>> g = window(15, 'Kaiser');
>> h = window(63, 'Kaiser');
>> tfrrspwv(sig, 1:128, 64, g, h, 1);
```

结果如图 2－85 所示。

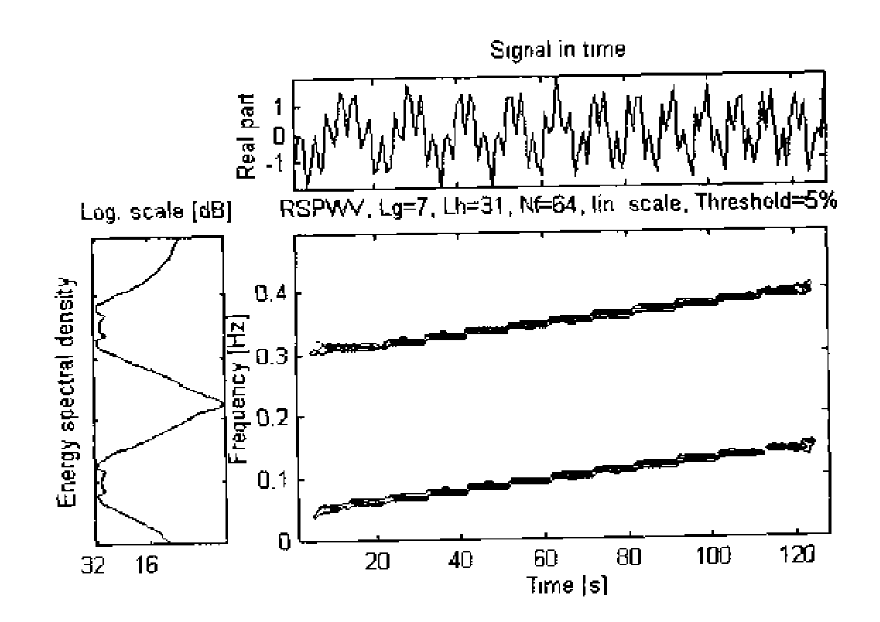


图 2－85　信号的原始图、能量谱密度及重排平滑伪 Wigner－Ville 分布

参见： 所有的 tfr * 函数。

七、模糊函数

1．ambifunb

功能： 窄带模糊函数。

格式：

(1) [naf , tau , xi]= ambifunb(x)

(2) [naf , tau , xi]= ambifunb(x , tau)

(3) [naf, tau , xi]= ambifunb(x , tau , N)

(4) [naf , tau , xi]= ambifunb(x , tau , N , trace)

说明：该函数计算信号的窄带模糊函数或两信号的互模糊函数。它的定义为

$$A_x(\xi, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(s + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\xi s} ds$$

名称	说 明	缺省值
x	若是自模糊函数，则为信号；若是互模糊函数，则为[x1，x2](Nx=length(x))	
tau	滞后值向量	(−Nx/2：Nx/2)
N	频率数	Nx
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
naf	多普勒滞后表示，行存储多普勒值，列存储时间滞后	
xi	多普勒值向量	

该表示法是这样被计算的，信号的二维傅里叶变换等价于 Wigner – Ville 分布。当不带输出参数调用该函数时，该函数通过等高线显示模糊函数的模的平方。模糊函数是信号 x 的时频相关性的一种测度，例如，信号 x 和它的转换形式在时频面的相似程度。

举例：

用窄带模糊函数分析 256 点 BPSK 信号：

```
>>sig=anabpsk(256, 8); ambifunb(sig);
```

结果如图 2 – 86 所示。

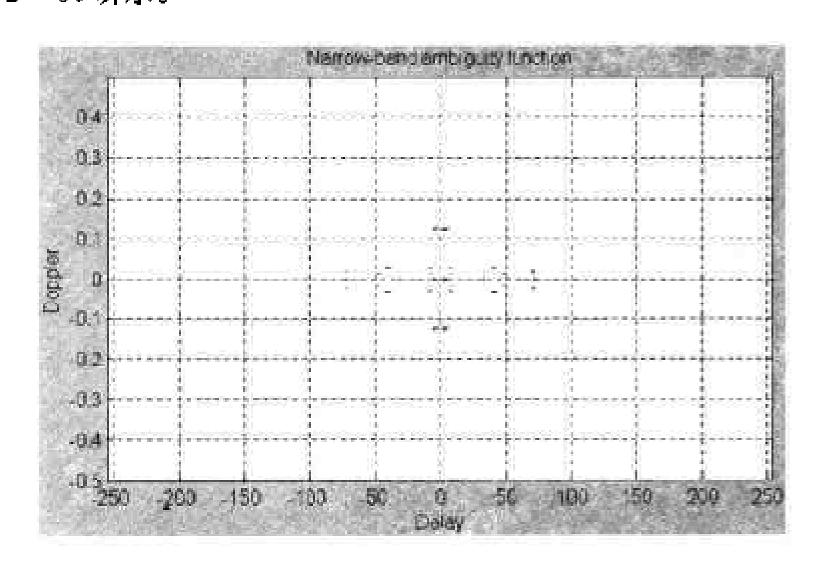


图 2 – 86 窄带模糊函数

参见：函数 ambifuwb。

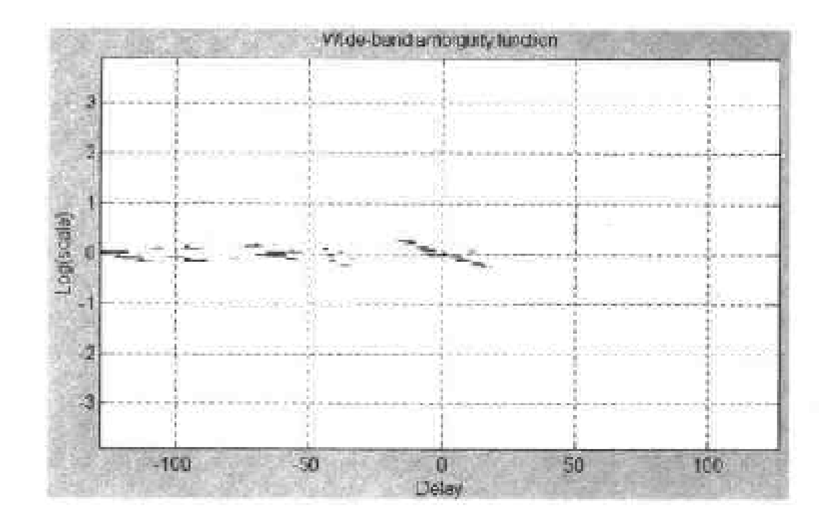
2. ambifuwb

功能：宽带模糊函数。

格式：

(1) [waf , tau . theta]=ambifuwb(x);

(2) [waf , tau , theta]=ambifuwb(x , fmin , fmax);



八、解释帮助

1. friedman

功能：瞬时频率密度。

格式：

(1) trifd=friedman(tfr, hat)

(2) trifd=friedman(tfr, hat, t)

(3) trifd=friedman(tfr, hat, t, method)

(4) trfid= friedman(tfr, hat, t, method, trace)

说明：该函数计算重排时频表示的时间一瞬时频率密度(由 friedman 定义)。

名 称	说 明	缺省值
trf	时频表示，N×M 矩阵	
hat	重排向量的复矩阵	
t	时刻(s)	(1:M)
method	选定表示法	'tfrrsp'
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tifd	时间一瞬时频率密度，当不带输出参数变量调用该函数时，friedman 运行 tfrqview	

警告：tifd 不是能量分布，而是一个被估计的概率分布。

举例：

该例子是基于线性调频的重排伪 Wigner - Ville 分布作用的估计概率分布的例子。

```
>> sig= fmlin(128, 0.1 , 0.4);
>> [tfr , rtfr , hat]=tfrrpwv(sig);
>> friedman(tfr , hat , 1: 128, 'tfrrpwv', 1);
```

结果如图 2 - 88 所示。

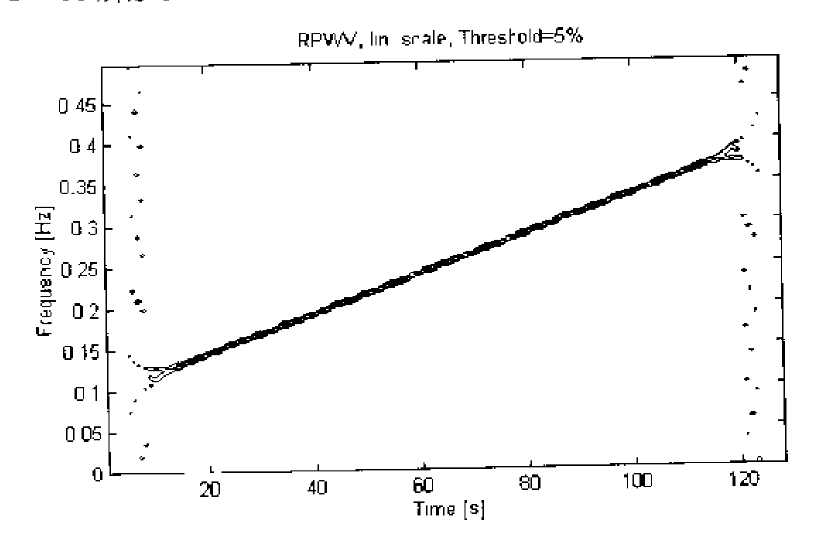


图 2 - 88 信号的瞬时频率密度

从图 2－88 可以看出，结果几乎完全集中在时频面的一条线上。

参见：函数 ridges。

2. holder

功能：通过仿射类时频表示估计 Holder 指数。

格式：

(1) h=holder(tfr, f)

(2) h=holder(tfr, f, n1)

(3) h=holder(tfr, f, n1, n2)

(4) h=holder(tfr, f, n1, n2, t)

说　明：该函数通过信号的仿射类时频表示来估计信号的 Holder 指数。

名称	说明	缺省值
tfr	仿射类时频表示	
f	谱分析的频率值	
n1	线性回归的最小频率指数	1
n2	线性回归的最大频率指数	length(f)
t	时间向量。若省掉 t，函数返回 Holder 指数的全局估计，否则输出指定时间 t 的局部估计 h(t)	
h	输出包含 Holder 估计的值(省掉 t 时)或向量(带有 t 时)	

举例：

我们考虑强度为 h=0，中心为 t0=32 的 64 点 Lipschitz 奇异点(参见 anasing)，用尺度图(半长为 4 的 Morlet 小波)分析该奇异点，估计其 Holder 指数。

```
>> sig=anasing(64);
>> [tfr , t , f]=tfrscalo(sig , 1: 64 , 4 , 0.01 , 0.5 , 256 , 1);
>> h=holder(tfr , f , 1 , 256 , 1: 64);
```

结果如图 2－89 所示。

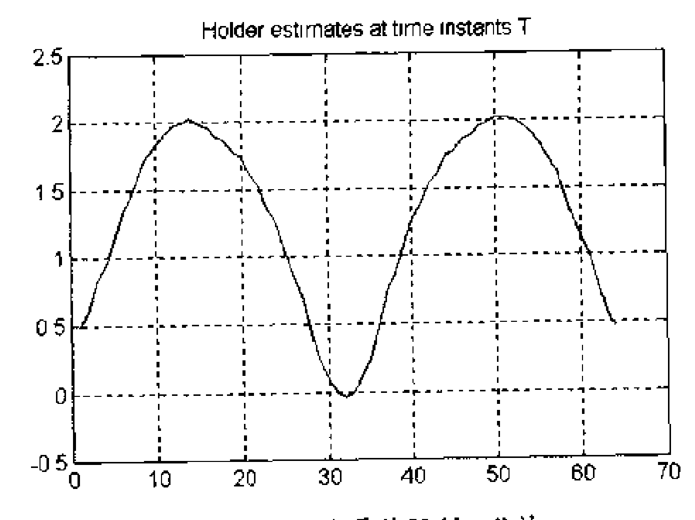


图 2－89　信号的 Holder 估计

在 t0 时刻得到的值是 h 的很好的估计(我们得到(h(t0)=−0.0381)。

参见：函数 anastep、anapluse、anabpsk、doppler。

3. htl

功能：检测图像中直线的 Hough 变换。

格式：

(1) [HT, rho, theta]=htl(IM)

(2) [HT, rho, theta]=htl(IM, M)

(3) [HT, rho, theta]=htl(IM, M, N)

(4) [HT, rho, theta]=htl(IM, M, N, trace)

说明：在 IM 图像中，计算所有线上图像值的积分。这些线用极坐标表示。坐标的原点是图像的中心，theta 是纵轴与通过原点且与直线垂直的线间的夹角。仅当 IM 的像超过 5%时才考虑（目的是加速算法）。

名称	说明	缺省值
IM	被分析的图像(Xmax , Ymax)	
M	沿径向的期望采样点	Xmax
N	沿方位角的期望采样点	Ymax
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
HT	输出矩阵(MN)	
rho	沿径向方向的采样数系列	
theta	沿方位角的采样数系列	

当不带输出参数调用该函数时，htl 用网格显示 mesh。

举例：

在离散情况下，线性调频信号的 Wigner - Ville 分布几乎完全集中在时频面的一条直线上，于是，对这幅图像进行 Hough 变换将产生一个带有峰值的表示，峰值的坐标给出了线性调频参数的估计(初始频率和扫描率)。

```
>> N=64; t=(1: N); y=fmlin(N , 0.1 , 0.3);
>> IM=tfrwv(y , t , N);
>> image(IM); pause(1);
```

结果如图 2 - 90 所示。

```
>> htl(IM, N, N , 1);
```

结果如图 2 - 91 所示。

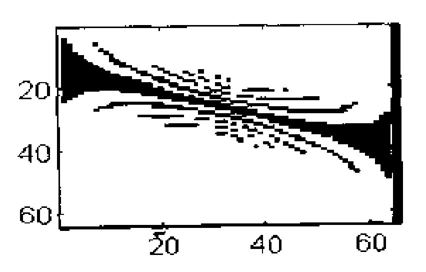


图 2 - 90 线性调频信号的 Wigner - Ville 分布

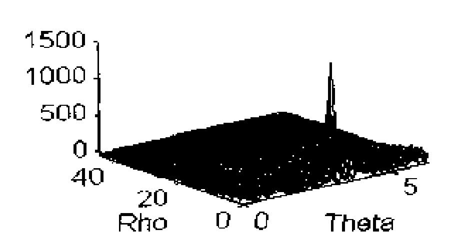


图 2 - 91 信号的 Hough 变换

参见：函数 instfreq、kaytth、sgrpdlay。

4. margtfr

功能：时频表示的边缘和能量。

格式：

(1) [margt, margf, E]=margtfr(tfr)

(2) [margt, margf, E]=margtfr(tfr, t)

(3) [margt, margf, E]=margtfr(tfr, t, f)

说明：该函数计算时间和频率边缘以及时频表示的能量，其定义为

时间边缘 $$m_f(t) = \int_{-\infty}^{-\infty} tfr(t, f)\mathrm{d}f$$

频率边缘 $$m_t(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t, f)\mathrm{d}t$$

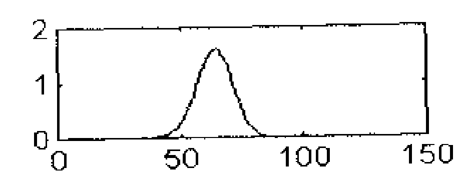
能量 $$E = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} tfr(t, f)\mathrm{d}f\mathrm{d}t$$

名称	说明	缺省值
tfr	时频表示(M、N)	
t	包含以s(秒)为单位的时间采样的向量	(1: N)
f	包含以Hz为单位的频率采样的向量，不必是均匀采样	(1: N)
margt	时间边缘	
margf	频率边缘	
E	tfr 能量	

举例：

```
>> S=amgauss(128). *fmlin(128);
>> [tfr, t, f]=tfrscalo(S, 1: 128, 8, 0.05, 0.45, 128, 1);
>> [margt, margf, E]=margtfr(tfr);
>> subplot(421); plot(t, margt); subplot(422); plot(f, margf);
```

结果如图 2 - 92 所示。



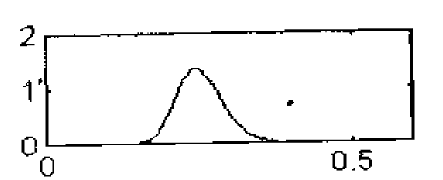


图 2 - 92 时间边缘图和频率边缘图

参见：函数 momttfr、momftfr。

5. midscomp

功能：用于构造干扰图的中间点。

格式：[ti, fi]=midscomp(t1, f1, t2, f2, k)

说明：该函数给出时频面内两点(t1, f1)、(t2, f2)间相干项的坐标。对仿射类分布，该表示式以幂律群延迟 $t_x(v) = t_0 + cv^{K-1}$ 的形式局域化。

名 称	说 明	缺省值
t1	第一点的时间坐标	
f1	第一点的频率坐标(f1>0)	
t2	第二点的时间坐标	
f2	第二点的频率坐标(f2>0)	
K	群延迟幂。满足这种相干构造的分布如下： K=2：Wigner - Ville 分布 K=1/2：D - Flandrin 分布 K=0：单位 Bertrand 分布 K=−1：Active Unterberger 分布 K= Inf：Margenau - Hill - Rihaczek 分布	
ti	干扰点的时间轴(横轴)	
fi	干扰点的频率轴(纵轴)	

举例：

这里是两点之间干扰项的轨迹，k 为−15～15 之间的数。

```
>> t1=10; f1=0.45; t2=90; f2=0.05; hold on
>> for K=-15: 15;
>> [ti(2*K+31), fi(2*K+31)]=midscomp(t1, f1, t2, f2, K); end;
>> plot(ti, fi, 'g*'); plot(t1, f1, 'go'); plot(t2, f2, 'go'); hold on;
>> line([t1,t2],[f1,f2]);hold off;xlabel('Time');ylabel('Normalized frequency');
```

结果如图 2－93 所示。

参见：函数 plotsid。

6. momftfr

功能：时频表示的(一阶或二阶)频率矩。

格式：

(1) [tm, T2] = momftfr(tfr)

(2) [tm, T2] = momftfr(tfr,tmin)

(3) [tm, T2] = momftfr(tfr,tmin,tmax)

(4) [tm, T2] = momftfr(tfr,tmin,tmax,time)

图 2－93 两点之间干扰项的轨迹图

说明：该函数计算时频表示的一阶或二阶频率矩。

$$t_m(f) = \frac{1}{E}\int_{-\infty}^{-\infty} t \ \mathrm{tfr}(t,\ f)\mathrm{d}t$$

$$T^2(f) = \frac{1}{E}\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \ \mathrm{tfr}(t,\ f)\mathrm{d}t - t_m(f)^2$$

名 称	说 明	缺省值
tfr	时频表示(M×N)	
tmin	时频表示 tfr 的最小的列元素	1
tmax	时频表示 tfr 的最大的列元素	M
time	真实时刻	(1: M)
tm	平均时间(一阶矩)	
T2	时间周期的平方(二阶矩)	

举例：

```
>> sig=fmlin(200, 0.1, 0.4);
>> [tfr, t, f]=tfrwv(sig); [tm, T2]=momftfr(tfr);
>> subplot(421); plot(f, tm); subplot(422); plot(f, T2);
```

结果如图 2－94 所示。

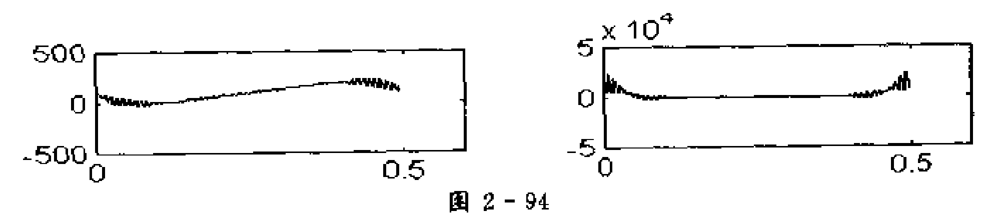


图 2－94

一阶矩表示群延迟估计，二阶矩表示群延迟估计的方差。我们能看出，在时间中心附近的估计比观察间隔的边缘处的估计好。

参见：函数 momttfr、margtfr。

7. momttfr

功能：时频表示的时间矩。

格式：

(1) [fm, B2] = momttfr(tfr, method)

(2) [fm, B2] = momttfr(tfr, method, fbmin)

(3) [fm, B2] = momttfr(tfr, method, fbmin, fbmax)

(4) [fm, B2] = momttfr(tfr, method, fbmin, fbmax, freqs)

说明：该函数计算时频表示的一阶和二阶时间矩。

$$f_m(f) = \frac{1}{E}\int_{-\infty}^{+\infty} f\,\mathrm{tfr}(t, f)\mathrm{d}t$$

$$B^2(t) = \frac{1}{E}\int_{-\infty}^{+\infty} f^2\,\mathrm{tfr}(t, f)\mathrm{d}t - f_m(t)^2$$

名 称	说 明	缺省值
tfr	时频表示(N×M)	
method	选择表示法(M 相关文件名)	
fbmin	最小频率	1
fbmax	最大频率	M
freqs	每个频率的真实频率，freqs 的长度必须为 fbmax－fbmin＋1	
fm	平均时间(一阶矩)	
B2	时间的平方(二阶矩)	

举例：

【例 1】

```
>> sig=fmlin(200, 0.1, 0.4); tfr=tfrwv(sig);
>> [fm, B2]=momttfr(tfr, 'tfrwv');
>> subplot(421); plot(fm); subplot(422); plot(B2);
```

结果如图 2 - 95 所示。

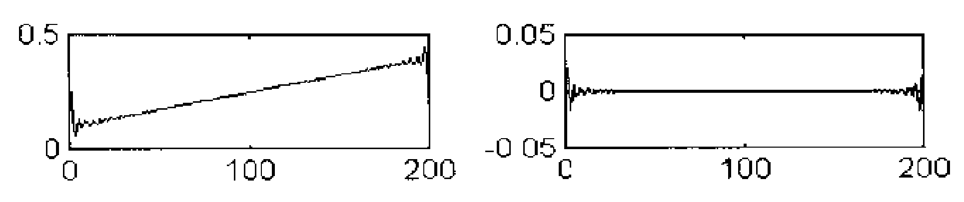
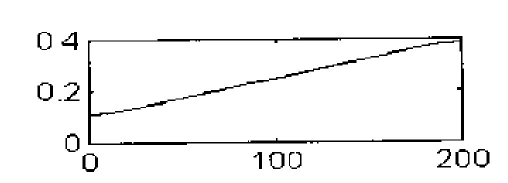


图 2 - 95　线性调频信号的一阶时间矩和二阶时间矩

【例 2】

```
>> freqs=linspace(0, 99/200, 100); tfr=tfrsp(sig);
>> [fm, B2]=momttfr(tfr, 'tfrsp', 1, 100, freqs);
>> subplot(421); plot(fm); subplot(422); plot(B2);
```

结果如图 2 - 96 所示。



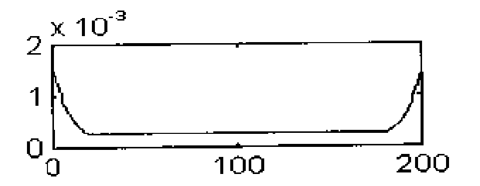


图 2 - 96　线性信号的一阶时间矩和二阶时间矩

一阶矩表示瞬时频率估计，二阶矩表示估计量的方差。我们能看到在时间中心附近的估计值好于观察间隔的边缘处的估计值。此外，二阶估计量(用谱图)要比一阶估计量(用 Wigner - Ville 分布)的方差要小，但却出现了偏差。

参见：函数 momftfr、margtfr。

8. plotsid

功能：画出调频信号干涉图的示意图。

格式：

(1) plotsid(t, iflaws)

(2) plotsid(t, iflaws, k)

说明：该函数画出仿射类中任何分布的相干图，它对 $t_x(v) = t_0 + cv^{K-1}$ 形式的幂律群延迟信号有完美的局域化性质。该函数可以计算任何解析的调幅信号。

名称	说　明	缺省值
t	时刻	
iflaws	与信号元有相同列数的瞬时频率矩阵	
k	分布参数： k=2：Wigner - Ville 分布 k=1/2：D - Flandrin 分布 k=0：单位 Bertrand 分布 k=−1：active Unterberger 分布 k=inf：Margenau - Hill - Rihaczek 分布	

举例：

下面给出对应于Bertrand分布的相干图，信号由两个成分组成，一个是线性信号，另一个为常值调频信号。

```
>> Nt=90; [y, iflaw]=fmlin(Nt, 0.05 , 0.25);
>> [y2 , iflaw2]=fmconst(50, 0.4);
>> iflaw(: , 2)=[NaN * ones(10, 1); iflaw2; NaN * ones(Nt-60, 1)];
>> plotsid(1: Nt, iflaw, 0);
```

结果如图2-97所示。

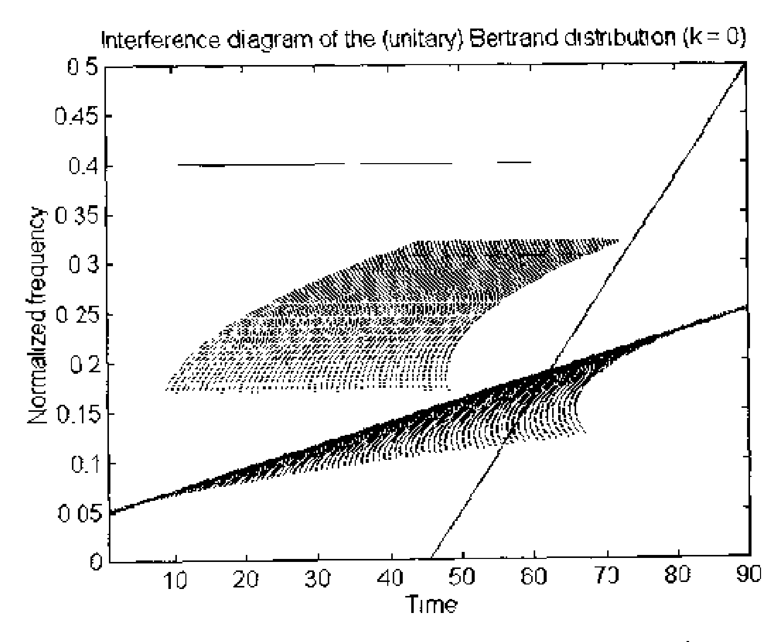


图2-97　线性信号和常值调频信号的Bertrand分布

参见：函数plotifl、midpoint、tfrqview、tfrview。

9. Renyi

功能：Renyi信息测度。

格式：

(1) R=renyi(tfr)

(2) R=renyi(tfr, t)

(3) R=renyi(tfr, t, f)

(4) R=renyi(tfr, t, f, alpha)

说明：该函数计算与二维密度函数tfr(时频表示)相关的Renyi信息测度。α阶Renyi信息测度定义为

$$R_x^\alpha = \frac{1}{1-\alpha}\log_2\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} tfr_x^\alpha(t, v)\ \mathrm{d}t\ \mathrm{d}v\right\}$$

用位来表示这种测度：如果一个基本的信号产生零位信息(2^0)，则两个基本信号产生一位信息(2^1)，四个基本信号产生两位信息(2^2)，依此类推。

名称	说 明	缺省值
tfr	(M，N)二维密度函数(或质量函数)，最终 tfr 可以是一种时频表示，其首行必须与最小频率相对应	
t	tfr 矩阵的横向向量，t 可以是非单位采样向量(最终为时间向量)	(1：N)
f	tfr 矩阵的纵向向量，f 可以是非单位采样向量(最终为频率向量)	(1：M)
alpha	Renyi 测度的秩	3
R	Renyi 测度的 α 秩 (如果 tfr 为时频表示矩阵，则用位表示 Renyi 测度的 α 秩)	

举例：

```
>> s=atoms(64, [32, 0.25, 16, 1]);
>> [tfr, t, f]=tfrsp(s);
>> R1=renyi(tfr, t, f, 3)
ans=
      0.9861
```

结果如图 2－98 所示。

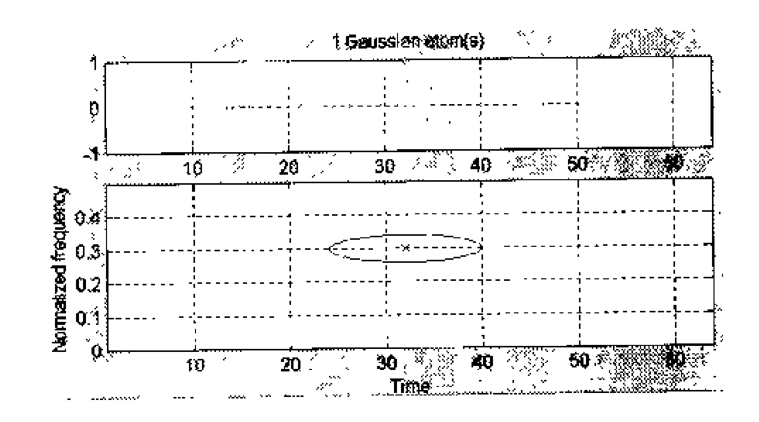


图 2－98 一个基本信号的 Renyi 信息测度

```
>> s=atoms(64, [16, 0.2, 16, 1; 48, 0.3, 16, 1]);
>> [tfr, t, f]=tfrsp(s);
>> R2=renyi(tfr, t, f, 3)
ans=
      1.9890
```

结果如图 2－99 所示。

可见，对于一个基本元，R=R1－R1=0；对于两个基本元，R=R2－R1 近似为 1。

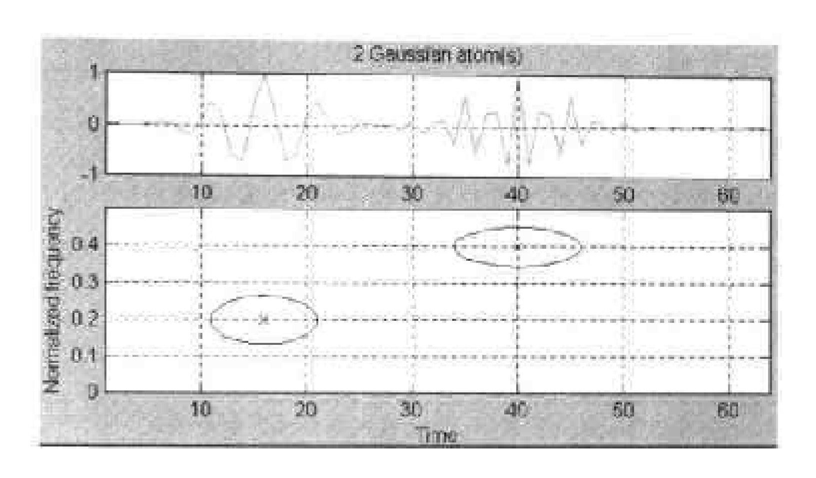


图 2-99　两个基本信号的 Renyi 信息测度

10. ridges

功能：从重排时频表示提取脊。

格式：

(1) [ptt, ptf]=ridges(tfr, hat, t, method)

(2) [ptt, ptf]=ridges(tfr, hat, t, method, trace)

说明：该函数提取时频分布的脊，这些脊是从重排算子的平稳点中推得的一些特殊曲线族。

名 称	说 明	缺省值
tfr	时频表示	
hat	重排向量的复矩阵	
t	时刻	
method	选定表示法	
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
ptt, ptf	时间轴向量、频率轴向量重排的平稳点	

当不带参数调用时，ridges 运行 plot(ptt, ptf, '.')。

举例：

```
>> sig=fmlin(128, 0.1, 0.4);
>> t=1: 2: 127;
>> [tfr, rtfr, hat]=tfrrspwv(sig, t, 128);
>> ridges(tfr, hat, t, 'tfrrspwv', 1);
```

结果如图 2-100 所示。

从图 2-100 可以看出，得到的点几乎完全位于在信号的瞬时频率附近。

参见：函数 friedman。

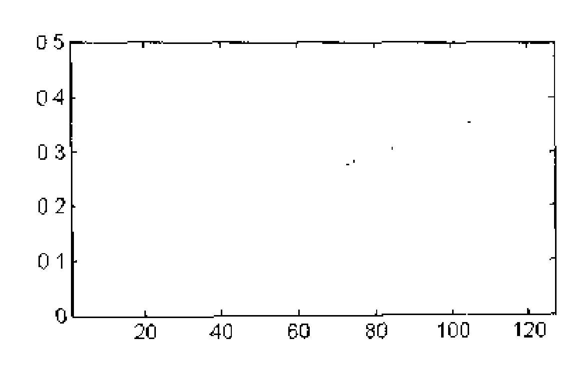


图 2-100 提取重排时频表示的脊

11. tfrideal

功能：给定瞬时频率规律的理想时频表示。

格式：

(1) [tfr, t, f]=tfrmh(x)

(2) [tfr, t, f]=tfrmh(x, t)

(3) [tfr, t, f]=tfrmh(x, t, N)

(4) [tfr, t, f]=tfrmh(x, t, N, trace)

说明：该函数产生各信号成分瞬时频率的理想时频表示。

名称	说明	缺省值
iflaws	(M, P)矩阵，每列对应一个(M, 1)信号的瞬时频率，P 不必出现在同一时刻，0<iflaws<0.5	
t	时刻(s)	(1: M)
N	频率数	M
trace	如果非零，则显示算法的进程	0
tfr	输出时频矩阵，大小为(N, length(t))	
f	归一化频率向量	

当不带输出参数调用该函数时，在屏幕上自动演示 tfr 的包络线。

举例：

```
>> N=140;
>> t=0: N-1;
>> [x1, if1]=fmlin(N, 0.05, 0.3);
>> [x2, if2]=fmsin(70, 0.35, 0.45, 60);
>> if2=[zeros(35, 1) * NaN; if2; zeros(35, 1) * NaN];
>> tfrideal([if1, if2]);
```

结果如图 2-101 所示。

参见：函数 plotifl、plotsid 和所有的 tfr * 函数。

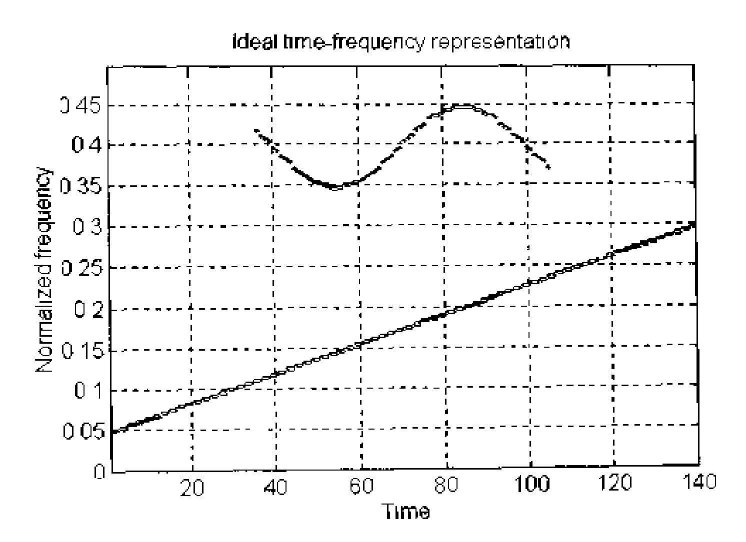


图 2-101　给定瞬时频率的理想时频表示

九、可视化和备份

1. plotifl

功能：绘制归一化瞬时频率规律图。

格式：plotifl (t , iflaws)

说明：该函数用于绘制每个信号成分的归一化瞬时频率图。

名称	说明	缺省值
t	时刻(M×1)	
iflaws	(M, P)矩阵，每列对应一个(M, 1)信号的瞬时频率，P 不必出现在同一时刻，0<iflaws<0.5	

举例：

```
>> N=140 ; t=0: N-1;
>> [x1 , if1]=fmlin(N, 0.05, 0.3);
>> [x2, if2]=fmsin(70, 0.35, 0.45, 60);
>> if2=[zeros(35, 1) * NaN; if2; zeros(35, 1) * NaN];
>> subplot(421); plotifl(t, [if1, if2]);
```

结果如图 2-102 所示。

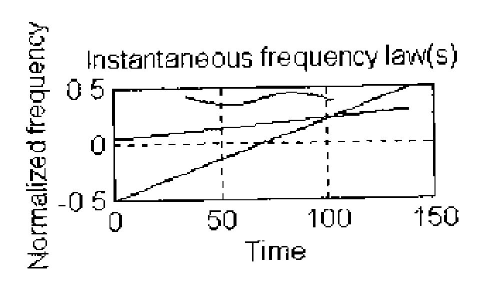


图 2-102　信号的归一化瞬时频率图

参见：函数 plotsid、tfrqiew、tfrview。

2. tfrqview

功能：时频表示的快速可视化。

格式：

(1) tfrqview(tfr)

(2) tfrqview(tfr, sig)

(3) tfrqview(tfr, sig, t)

(4) tfrqview(tfr, sig, t, method)

(5) tfrqview(tfr, sig, t, method, p1)

(6) tfrqview(tfr, sig, t, method, p1, p2)

(7) tfrqview(tfr, sig, t, method, p1, p2, p3)

(8) tfrqview(tfr, sig, t, method, p1, p2, p3, p4)

(9) tfrqview(tfr, sig, t, method, p1, p2, p3, p4, p5)

说明：该函数能够快速可视化时频表示。当不带任何输出参数调用这些函数时，工具箱中任何 tfr * 函数均可通过 tfrqview 调用它。

名 称	说 明	缺省值
tfr	时频表示(M×N)	
sig	时域信号。若无法得到时域信号，则将 sig=[]作为输入参数	[]
t	时刻	[1: N]
method	选定表示法的名字(对应的 M 文件名) 'type1'：tfr 表示归一化频率属于[－0.5, 0.5] 'type2'：tfr 表示归一化频率属于[0 , 0.5]	'type1'
p1..p5	表示法中可选参数，运行 tfrparam 文件就可知道 p1..p5 的含义	

举例：

当使用主菜单中的“保存”选项，将把所有的变量和两个字符串 TfrQView 和 TfrView 存于一个 .mat 文件中，用户可以用 tfrqview 重新显示它，运行 eval(TfrQView)能得到与按“保存”按钮相同的屏幕显示内容。

```
>> sig=fmlin(128);
>> tfr=tfrwv(sig);
>> tfrqview(tfr, sig, 1: 128, 'tfrwv');
```

结果如图 2 - 103 所示。

参见：函数 tfrview、tfrsave、tfrparam。

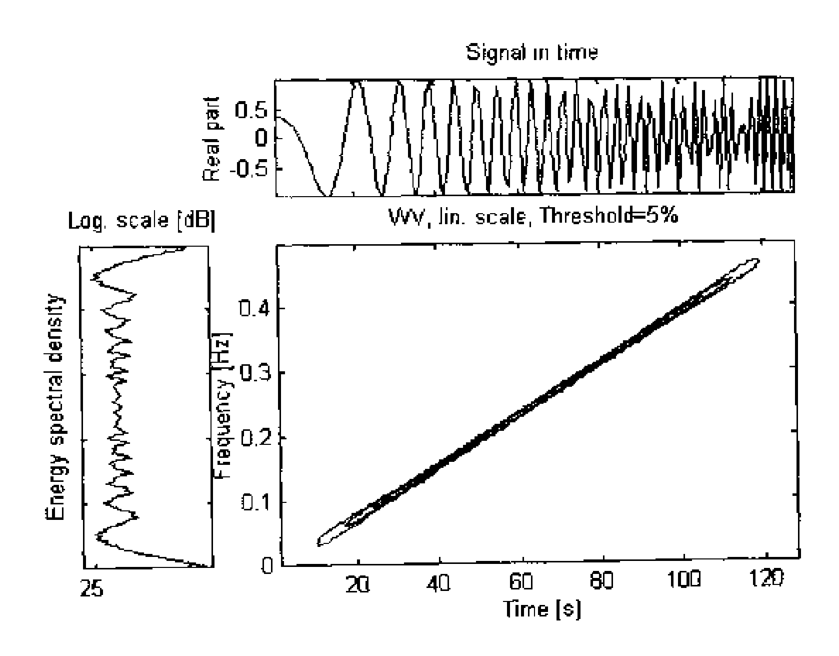


图 2-103　信号的时频表示的快速可视化

3. tfrsave

功能：保存时频表示的参数。

格式：

(1) tfrsave(name, tfr, method, sig)

(2) tfrsave(name, tfr, method, sig, t)

(3) tfrsave(name, tfr, method, sig, t, f)

(4) tfrsave(name, tfr, method, sig, t, f, p1)

(5) tfrsave(name, tfr, method, sig, t, f, p1, p2)

(6) tfrsave(name, tfr, method, sig, t, f, p1, p2, p3)

(7) tfrsave(name, tfr, method, sig, t, f, p1, p2, p3, p4)

(8) tfrsave(name, tfr, method, sig, t, f, p1, p2, p3, p4, p5)

说明：该函数把时频表示的参数保存于 name.mat 文件中。TfrQView 和 TfrView 也被保存，装入文件 name.mat 并运行 eval(TfrQView)，用户就可看到运行 tfrqview 所显示的内容。如果运行 eval(TfrQView)，用户将可以看到运行 tfrview 所显示的内容。

名称	说明	缺省值
name	.mat 文件名(少于 8 个字符)	
tfr	时频表示(M×N)	
method	选定的表示法	
sig	时频表示的信号	
t	时刻	[1: N]
f	频率	0.5 * (0: M−1)/M
p1..p5	可选参数，运行 tfrparam (method) 便知 p1..p5 的含义	

举例:

```
>> sig = fmlin(64);
>> tfr = tfrwv(sig);
>> tfrsave('wigner', tfr, 'tfrwv', sig, 1:64);
>> clear; load wigner;
>> eval(TfrQView);
```

结果如图 2-104 所示。

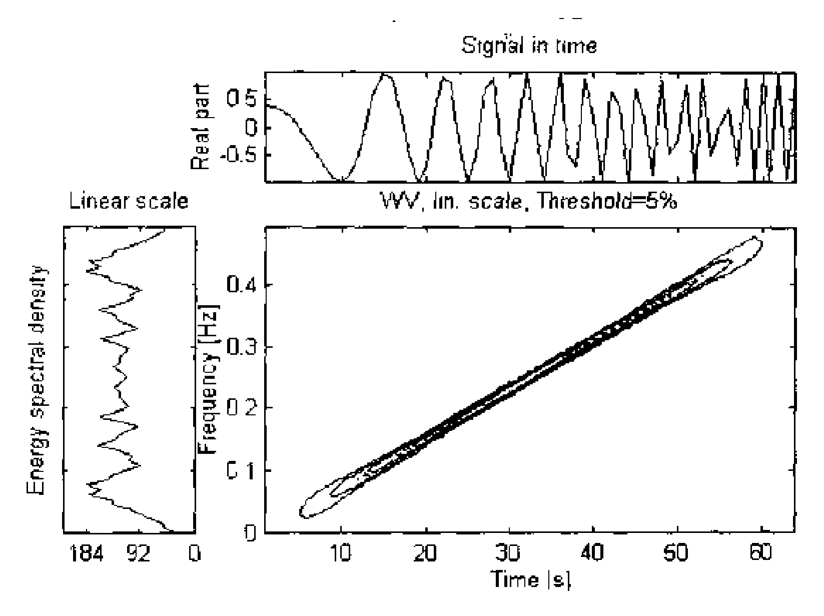


图 2-104 显示信号的魏格纳—维尔分布图

参见: 函数 tfrqview、tfrview、tfrparam。

4. tfrparam

功能: 返回时频表示需要显示(或保存)的参数。

格式: tfrparam(method)

说明: 该函数在屏幕上显示 tfrqview、tfrview、tfrsave 函数中所使用的参数 p1..p5 的含义,用户可观察或保存时频表示的参数。

名 称	说 明	缺省值
method	选定表示法(相关 M 文件的名字)	

举例:

```
>> tfrparam('tfrspwv');
```

结果为:

P1: 时间平滑窗(长度为偶数,列向量)

P2: 频率平滑窗(长度为偶数,列向量)

参见: 函数 tfrqview、tfrview、tfrsave。

5. tfrview

功能：时频表示的可视化。

格式：

(1) tfrview(tfr, sig, t, method, param, map)

(2) tfrview(tfr, sig, t, method, param, map, p1)

(3) tfrview(tfr, sig, t, method, param, map, p1, p2)

(4) tfrview(tfr, sig, t, method, param, map, p1, p2, p3)

(5) tfrview(tfr, sig, t, method, param, map, p1, p2, p3, p4)

(6) tfrview(tfr, sig, t, method, param, map, p1, p2, p3, p4, p5)

说明：该函数能够可视化时频表示。当不带输出参数调用该函数时，它通过 tfrqview 调用任何的 tfr * 函数。建议优先使用 tfrqview。

名称	说明	缺省值
x	时频表示	
sig	时域信号	
t	时刻	
method	选定的表示法(对应的 M 文件名)	
param	可视化参数向量 param=[display linlog threshold levnumb nf2... layout access state fs isgrid]，其中： --display=1..5　1～5 分别对应 contour、imagesc、pcolor、surf 和 mesh —linlog=0/1　对应时频表示幅值在线性空间或对数空间的表示 —threshold　可视化阈，用%表示 —levelnumb　用等高线表示的水平数 —nf2　显示的频率数 —layout=1..5　确定生成什么图像：(1) 仅生成 tfr；(2) 生成 tfr 和 sig；(3) 生成 tfr 和 spectrum；(4) 生成 tfr、sig 和 spectrum；(5) 增加或减少颜色条 —access=0..3　确定使用 tfrview 的方式：(0) 用命令行调用；(1) 除采样频率或图案变化外，从 tfrqview 调用；(2) 图案变化后，从 tfrqview 调用；(3) 采样频率改变后，从 tfrqview 调用 —state=0..3　确定是否出现信号/颜色条：(0) 无信号，无颜色条；(1) 有信号，无颜色条；(2) 无信号，有颜色条；(3) 有信号，有颜色条 —fs　采样频率 —isgrid　确定是否出现栅格，isgrid=isgridsig+2 * isgridspe+4 * isgridtfr，其中，若 isgridsig=1，则显示栅格；若 isgridsig=0，则不显示栅格	
map	选择颜色图	
p1..p5	表示法的参数，运行 tfrparam (method)，便知道 p1...p5 的含义	

参见：函数 tfrqview、tfrparm、tfrsave。

2.3.3 其它相关函数

1. disprog

功能：显示循环的进程。

格式：disprog(k , N , steps)

说明：该函数显示循环的进程，目的是观看慢算法的进程。

名称	说 明	缺省值
k	循环变量	
N	k 的终值	
steps	显示步骤的次数	

举例：

```
>> N=16;
>> for k=1: N , disprog(k , N , 5);
 end;
```

结果为：

```
20  40  60  80  100  %complete in 0..333333 seconds
```

2. divider

功能：把一个整数分解为与其平方根最接近的两个整数之积。

格式：[N , M]=divider(N1)

说明：该函数得到两个整数 N 和 M，其中 N×M=N1，且 M 和 N 尽可能与 N1 的平方根接近。

举例：

【例 1】

```
>> N1=256;
>> [N , M]=divider(N1);
[N , M]
```

结果为：ans=

```
16  16
```

【例 2】

```
>> N1=258;
>> [N , M]=divider(N1);
[N , M]
```

结果为：ans=

```
6  43
```

3. dwindow

功能：导出窗。

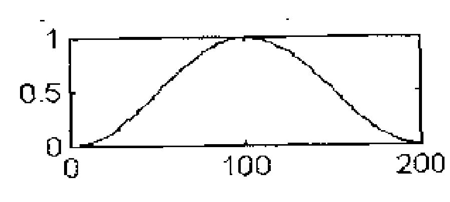
格式：dh=dwindow(h)

说明：该函数得到窗函数 h。

举例：

```
>> h=window(200 , 'hanning');
>> subplot(421) ; plot(h);
>> suhplot(422) ; plot(dwindow(h));
```

结果如图 2 - 105 所示。



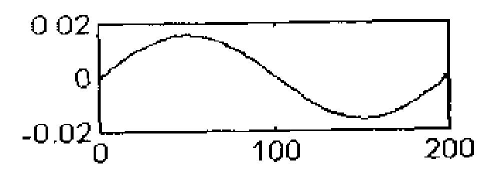


图 2 - 105　导出窗函数

参见：函数 window。

4. integ

功能：积分近似。

格式：

(1) som=integ(y)

(2) som=integ(y , x)

说明：该函数近似计算向量 y 的积分。例如，格式(2)是根据向量 x 近似计算向量 y 的积分。

名称	说明	缺省值
y	被积向量(N 行)或矩阵(M×N 矩阵)	
x	包含 y 的积分路径 N 行向量	(1: N)
som	积分值(或 M 行向量)	

举例：

```
>> y=altes(256 , 0.1 , 0.45 , 10000)';
>> x=(0: 255);
>> som=integ(y, x)
```

结果为：som=

2.0086e−05

参见：函数 integ2d。

5. integ2d

功能：二维积分近似。

格式：

(1) som=integ2d(MAT)

(2) som=integ2d(MAT, x)

(3) som=integ2d(MAT, x, y)

说明：该函数计算矩阵 MAT 的二维近似积分。例如，格式(3)是根据横坐标 x 和纵坐标 y 计算矩阵 MAT 的二维近似积分。

名称	说明	缺省值
MAT	被积矩阵(M×N 维)	
y	表示横坐标积分路径的 N 行向量	(1: N)
x	表示纵坐标积分路径的 M 行向量	(1: M)
som	积分结果	

举例：

考虑 128 点的正弦调频信号的尺度图，计算尺度图的时间-尺度平面上的积分。

```
>> S= fmsin(128 , 0.2 , 0.3);
>> [TFR , t, f]=tfrscalo(S, 1: 128, 8, 0.1, 0.4, 128, 1);
>> Etfr =integ2d(TFR, t, f)
```

结果：Etfr =

128.0000

参见：函数 integ。

6. izak

功能：Zak 逆变换。

格式：sig=izak(DZT)

说明：该函数计算矩阵 DZT 的 Zak 逆变换。

名称	说明	缺省值
DZT	Zak 采样的 M×N 矩阵(由 Zak 变换得到)	
sig	包含 Zak 逆变换的输出信号(M*N, 1)	

举例：

计算信号的离散 Zak 变换，对其输出矩阵实施 Zak 逆变换，将得到原始信号。

```
>> sig=fmlin(250);
>> DZT=zak(sig);
>> sigr=izak(DZT);
>> subplot(411); plot(real(sigr - sig));
```

结果如图 2 - 106 所示。

参见：函数 zak、tfrgabor。

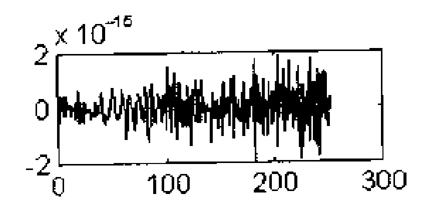


图 2 - 106 经过 Zak 变换和 Zak 逆变换的原始信号

7. kaytth

功能：计算 Kay - Tretter 滤波。

格式：h=kaytth(N)

说明：该函数可计算 Kay - Tretter 滤波。

名称	说明	缺省值
N	滤波长度	
h	滤波器的脉冲响应	

滤波器用于瞬时频率 instfreq 的计算。

参见：函数 instfreq。

8. modulo

功能：计算向量中每个元素对模 N 的同余值。

格式：y=modulo(x, N)

说明：该函数给出向量 x 的每个元素对模 N 的同余值。这些值严格为正值，且小于等于 N。

名称	说明	缺省值
x	正的或负的实值向量	
N	同余数(不必为整数)	
y	实值的输出向量(大于 0 且小于等于 N)	

举例：

```
>> x=[1.3 -2.13 9.2 0 -13 2]; modulo(x, 2);
```

结果为：ans=

```
1.3000    1.8700    1.2000    2.0000    1.0000    2.0000
```

参见：函数 rem。

9. movcw4at

功能：由 Choi - Williams 分布分析四元旋转。

格式：

(1) M=movcw4at(N)

(2) M=movcw4at(N, Np)

说明：该函数生成动画说明信号的不同成分在时域或频域上的重叠对这些不同信号成分之间的 Choi - Williams 分布相干项的影响。

名称	说明	缺省值
N	待分析信号的点数	
Np	快照的数目	7
M	动画框架矩阵	

举例：

```
>> M=movcw4at(128, 15);
>> movie(M, 10);
```

结果如图 2 - 107 所示。

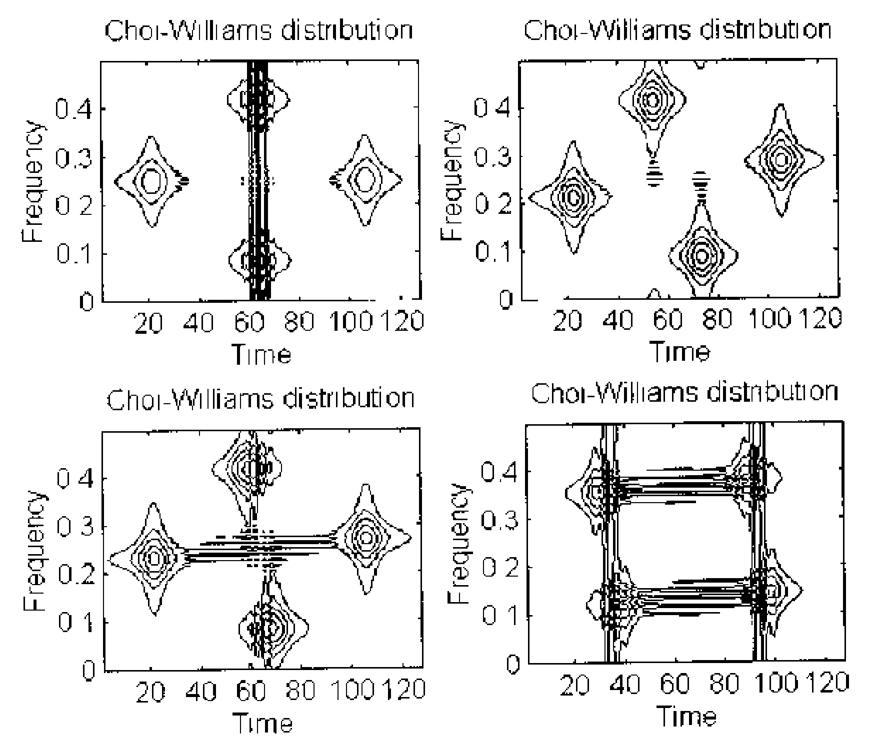


图 2 - 107 信号重叠对不同信号成分之间的 Choi - Williams 分布相干项的影响

参见：函数 movpwjph、movpwdph、movsc2wv、movsp2wv、movwv2at。

10. movpwdph

功能：相移对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响。

格式：

(1) M=movpwdph(N)

(2) M=movpwdph(N, Np)

(3) M=movpwdph(N, Np, typesig)

说明：该函数生成动画，说明两信号间的相移对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响。

名称	说明	缺省值
N	信号点数	
Np	快照个数	8
typesig	信号类型： "C"：常值调频 "L"：线性调频 "S"：正弦调频	'C'
M	动画框架矩阵	

举例：

```
>> M=movpwdph (128, 8, 'S');
>> movie(M, 10);
```

结果如图 2 - 108 所示。

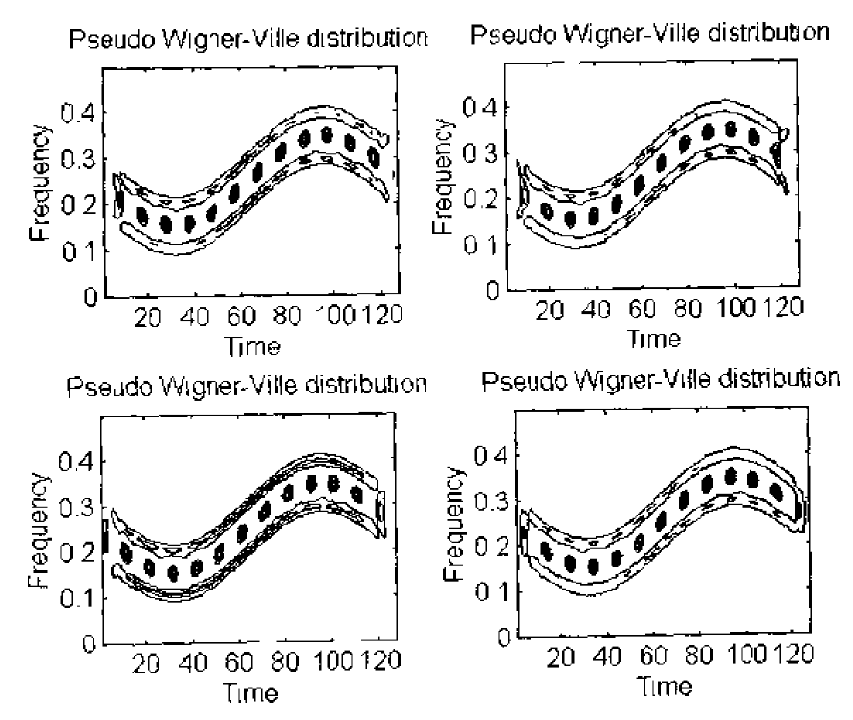


图 2 - 108　两信号间的相移对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响

参见：函数 movpwjph、movcw4at、movsc2wv、movsp2wv、movwv2at。

11. movpwjph

功能：相位跳变对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响。

格式：

(1) M=movpwjph(N)

(2) M=movpwjh(N, Np)

(3) M=movpwjph(N, Np, typesig)

说明：该函数生成动画，说明相位跳变对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响。

名称	说明	缺省值
N	信号点数	
Np	快照个数	8
typesig	信号类型： "C"：常值调频 "L"：线性调频 "S"：正弦调频	'C'
M	动画框架矩阵	

举例:

```
>> M=movpwjph(128, 8, 'S');
>> movie(M, 10);
```

结果如图 2 - 109 所示。

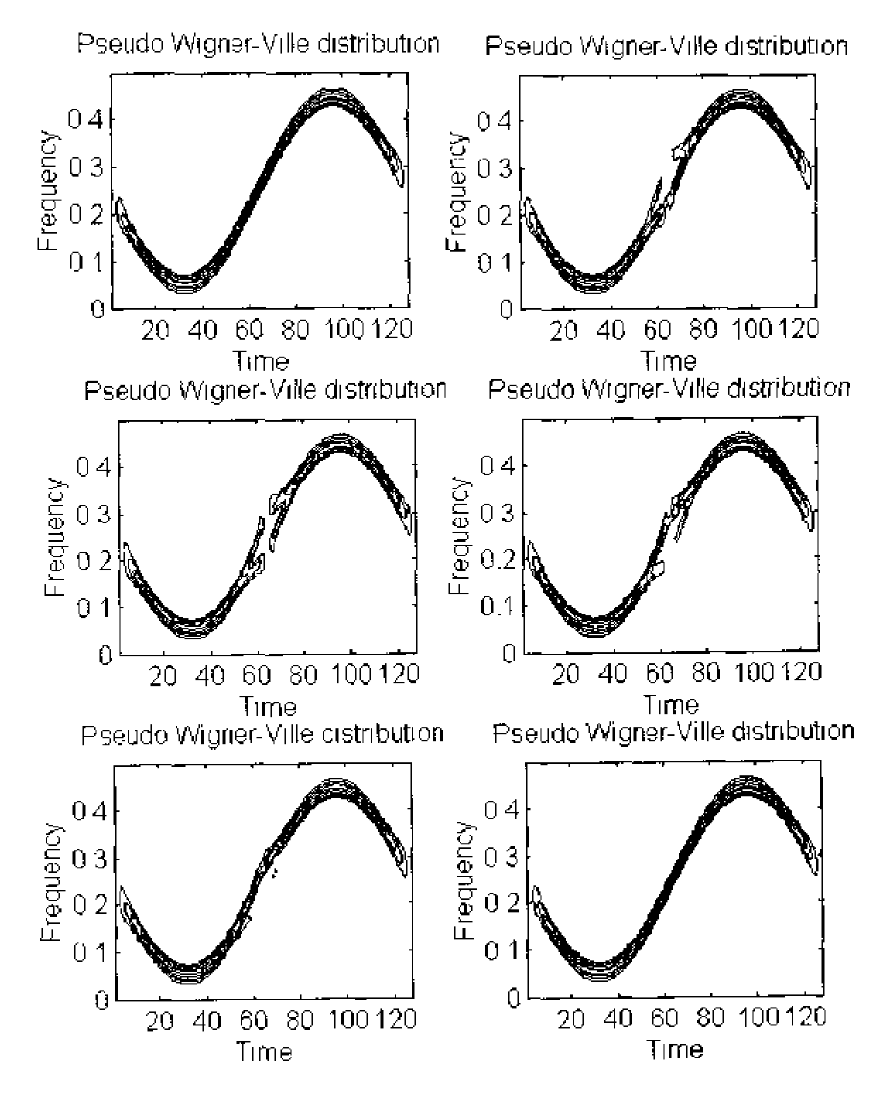


图 2 - 109 相位跳变对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响

参见: 函数 movcw4at、movpwdph、movsc2wv、movsp2wv、movwv2at。

12. movsc2wv

功能: 尺度图转换为 Wigner - Ville 分布的动画演示。

格式:

(1) M=movsc2wv(N)

(2) M=movsc2wv(N, Np)

说明: 该函数生成动画，说明采用带有不同高斯平滑窗的仿射平滑的伪 Wigner - Ville 分布得到的从尺度图到 Wigner - Ville 分布的转化过程。

名称	说明	缺省值
N	待分析信号的点数	
Np	快照个数	8
M	动画框架矩阵	

举例：

```
>> M=movsc2wv(64, 8);
>> movie(M, 10);
```

结果如图 2－110 所示。

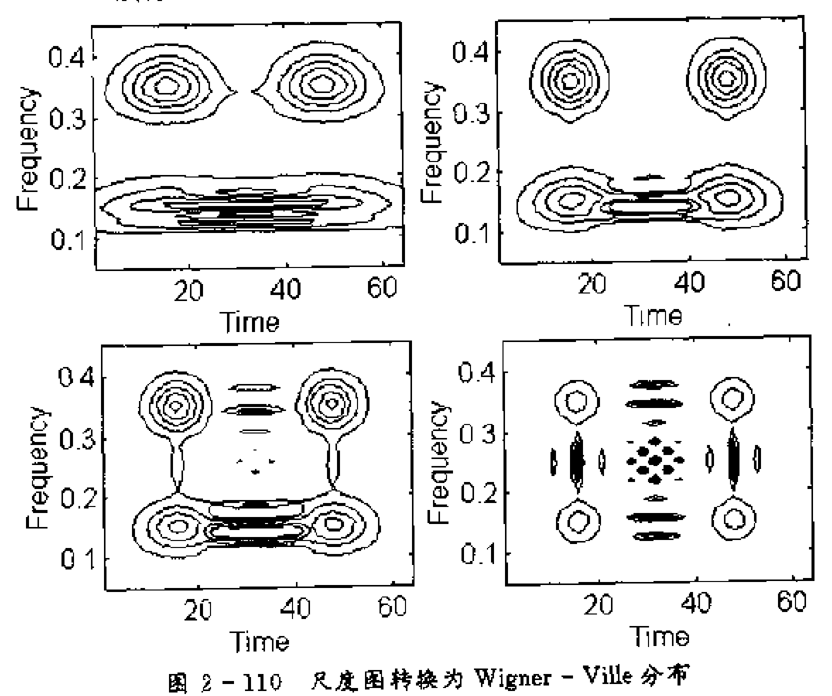


图 2－110　尺度图转换为 Wigner－Ville 分布

参见：函数 movpwjph、movpwdph、mov cw4at、movsp2wv、mowv2at。

13. movsp2wv

功能：谱图转换为 Wigner－Ville 分布的动画演示。

格式：

(1) M=movsp2wv(N)

(2) M=movsp2wv(N, Np)

说明：该函数生成动画，说明采用带有不同高斯平滑窗的平滑伪 Wigner－Ville 分布得到的从谱图到 WVD 的转化过程。

名称	说明	缺省值
N	待分析信号的点数	
Np	抽样点数 8	
M	动画框架矩阵	

举例：

```
>> M=movsp2wv(128, 15);
>> movie(M, 10);
```

结果如图 2 - 111 所示。

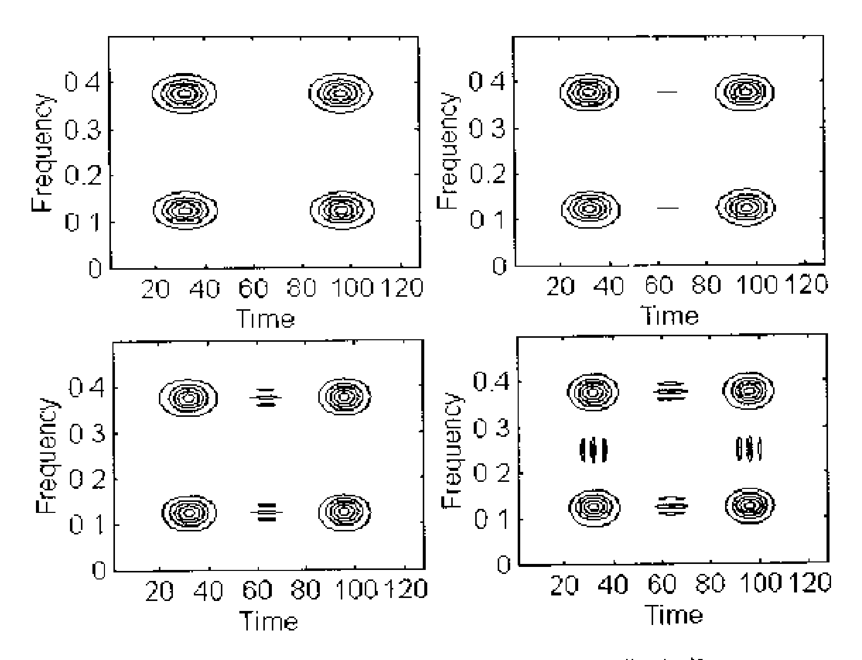


图 2 - 111 谱图转换为 Wigner - Ville 分布

参见：函数 movpwjph、movpwdph、movsc2wv、movcw4at、movwv2at。

14. movwv2at

功能：Wigner - Ville 分布相干项的振荡结构。

格式：

(1) M=movwv2at(N)

(2) M=movwv2at(N, Np)

说明：该函数生成动画说明两个成分间的距离对 Wigner - Ville 分布相干项振荡结构的影响。

名 称	说 明	缺省值
N	待分析信号的点数	
Np	快照个数	9
M	动画框架矩阵	

举例：

```
>> M=movwv2at(128, 15); movie(M, 10);
```

结果如图 2 - 112 所示。

参见：函数 movpwjph、movpwdph、movsc2wv、movsp2wv、mov cw4at。

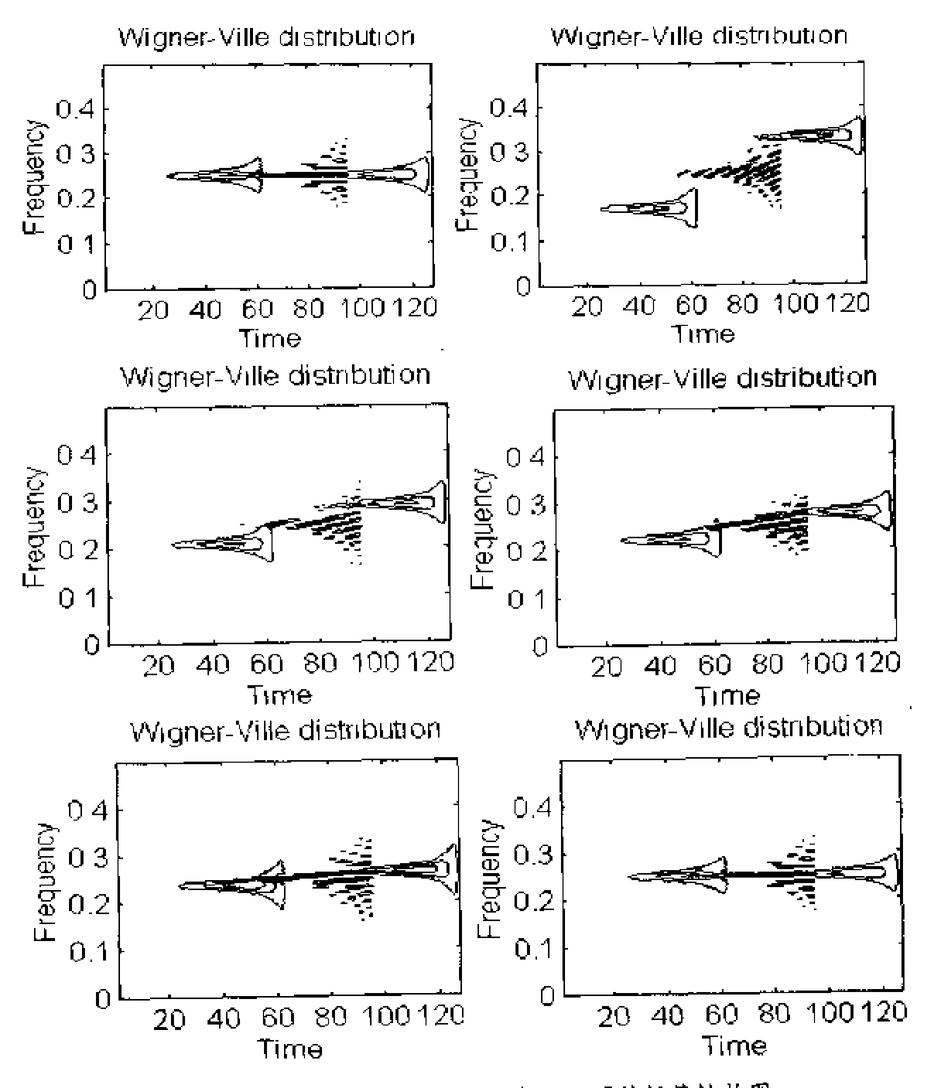


图 2-112　Wigner - Ville 分布相干项的振荡结构图

15. odd

功能：得到某向量(数)中每个元素最接近的奇数整数值，若为偶数，则加 1。

格式：y=odd(x)

说明：该函数得到向量每个元素 x 的最靠近的奇数整数值，若 x 是偶数，它增加 1。x 可为标量、向量或矩阵。

名称	说明	缺省值
x	标量，向量或矩阵	
y	仅包含奇数值的输出标量、向量或矩阵	

举例：

```
>> x=[1.3 2.08 -3.4 90.43];
>> y=odd(x)
```

结果为：ans=

```
1  3  -3  9
```

参见：函数 round、ceil、fix、floor。

16．sigmerge

功能：两个信号以给定的能量比(dB)相加。

格式：

(1) x＝xmerge(x1，x2)

(2) x＝sigmetge(x1，x2，ratio)

说明：该函数计算两个信号以给定的能量比(dB)相加的值：x＝x1＋h * x2，使得 20 * log(norm(x1)/norm(h * x2))＝ratio。

名 称	说 明	缺省值
x1，x2	输入信号	
ratio	能量比(dB)	0 dB
x	输出信号	

举例：

```
>> x=fmlin(64, 0.01, 0.05, 1);
>> noise=hilbert(randn(64, 1));
>> SNR=15; xn=sigmerge(x, noise, SNR);
>> Ex=mean(abs(x).^2); Enoise=mean(abs(xn-x).^2);
>> 10*log10(Ex/Enoise)
```

结果为：

```
ans=
            15.0000
```

参见：函数 noisecg。

17．zak

功能：计算 Zak 变换。

格式：

(1) dzt＝zak(sig)

(2) dzt＝zak(sig，N)

(3) dzt＝zak(sig，N，M)

说明：该函数计算信号 sig 的 Zak 变换，定义如下：

$$Z_{sig}(t,v) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{sig}(t-n)e^{-j2\pi vn}$$

名 称	说 明	缺省值
sig	被分析的信号(length(sig) ＝N1)	
N	时域中 Zak 变换系数的个数(N1 是 N 的倍数)	divider(N1)
M	频域中 Zak 变换系数的个数(N1 是 M 的倍数)	Nx
dzt	包含离散 Zak 变换的输出矩阵(M×N)	

举例:

```
>> sig=fmlin(256);
>> DZT=zak(sig);
>> imagesc(DZT);
```

结果如图 2 - 113 所示。

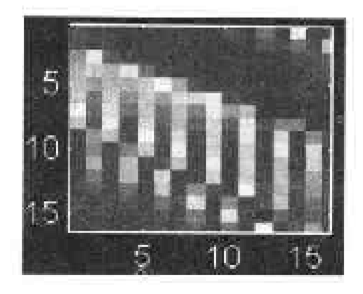


图 2　113　信号的 Zak 变换

参见:函数 izak、tfrgabor。

第 3 章　时频分析的应用实例

随着时频分析理论的日益成熟，人们对时频分析的实际应用越来越重视，它已经应用于数字信号处理、数字图像处理、故障诊断、暂态信号检测、信号分类、图像分析与压缩等领域。在本章，主要介绍如何利用时频分析函数处理一些实际的工程问题。

由上一章我们知道，MATLAB 所提供的时频分析工具主要有产生各种信号的函数文件和处理信号的函数文件，用户可以通过这些函数，根据实际分析的需要，在调试状态下编写自己的 MATLAB 程序。这种方式虽不直观，但它可以按照用户自己的思路，编写出功能强大的 MATLAB 程序，完成各种信号的时频分析。从思维角度来讲，利用 MATLAB 提供的函数文件来编程，可以领会时频分析中的许多细节部分。在本章中，我们结合几个实际的例子说明如何利用时频工具箱解决实际问题。

3.1　瞬时频率在雷达信号处理中的应用

雷达接收到的回波中的多普勒频率是目标的重要信息，它描述了目标径向运动的情况，在目标的检测、跟踪和成像里都要用到。瞬时频率能够很好地反映信号频率随时间的变化情况，同时它也可以很好地用于描述雷达信号的时频特征。

设雷达发射的(解析)信号为 $z(t)$，具有反射系数 σ_P(复数)的理想目标 P 与雷达的距离为 $R(t)$，则接收到的回波信号(不考虑振幅尺度)为

$$z_r(t) = \sigma_P z[t - \tau(t)]$$

式中，$\tau(t)=2R(t)/c$ 为回波的延迟时间，c 为光速。

考虑到 $z(t)$ 为窄带信号，即 $z(t)=a(t)e^{j2\pi f_0 t}$，故接收到的回波可以写成

$$z_r(t) = \sigma_P a[t - \tau(t)]e^{j2\pi f_0[t-2R(t)/c]}$$

由瞬时频率的定义易知

$$f_i(t) = -\frac{2f_0}{c}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R(t) = -\frac{2\dot{R}(t)}{\lambda} \qquad (\lambda = c/f_0 \text{ 为雷达波长})$$

实际目标不可能是理想的点目标，通常把尺寸远小于脉冲宽度所对应长度的目标近似成为“点”目标，这是对包络而言的。实际目标可视为众多散射点的集合，因而接收信号应为众多子回波的叠加。由于子回波间的延迟时间差远小于脉冲包络的宽度，因而接收信号可以近似看成是在同样包络下的载波相加。

一般情况下，上述子回波的延迟时间差会使载波相位有明显的改变，这是不能忽略的。设目标的散射分布函数为 $\sigma(x, y)$(为简化讨论，设目标为二维的)，且雷达射线与 x 轴重合，则在距离 x 处，一小段 Δx(设 $\Delta x\to 0$)的目标切片的散射系数 $\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma(x,y)\Delta x\,\mathrm{d}y$，所

对应的子回波为

$$\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma(x,y)\Delta x\mathrm{d}y\right]z(t-\tau_x)$$

其中$\tau_x=2x/c$为距离x所对应的延迟时间。于是，总的接收回波可写成

$$\begin{aligned}z_r(t)&=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma(x,\ y)z\left(t-\frac{2x}{c}\right)\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x\\&=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma(x,\ y)a\left(t-\frac{2x}{c}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_0(t-2x/c)}\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x\\&\approx\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma(x,\ y)\mathrm{e}^{\mathrm{j}4\pi f_0x/c}\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x\right]a\left(t-\frac{2x}{c}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_0t}\end{aligned}$$

上式中，最后的近似等式使用了在积分范围内包络延迟差的影响可忽略的近似条件。

由上式可得到如下结论：若目标只是平动，即$\sigma(x,\ y)$中只有x变化，则回波幅值不变，相位变化根据x的变化而变化，这与理想点目标的情况相同。但是，即便是目标作直线飞行，若它与雷达射线之间有一定的倾角，则目标相对于雷达射线将有小的转动。显然，$\sigma(x,\ y)$的转动将使上述积分的幅值和相位带来附加的变化，即回波幅值有起伏，瞬时频率在平动的基础上有扰动。

目标回波的这一特点对目标的检测和跟踪有影响，同时它也是雷达成像的依据。

下面我们用多普勒信号来模拟雷达回波，并用瞬时频率对其进行分析。先合成理想的多普勒信号，如图3-1所示，再计算其频谱图，得到图3-2所示的结果。

```
>> N=512;
>> [fm, am]=doppler(N, 200, 65, 10, 50);
>> sig1=am. * fm; subplot(211); plot(real(sig1));
>> tfrsp(sig1, 1: 512, N);
>> xlabel('Time'); ylabel('Real part');
>> title('Signal in time');
```

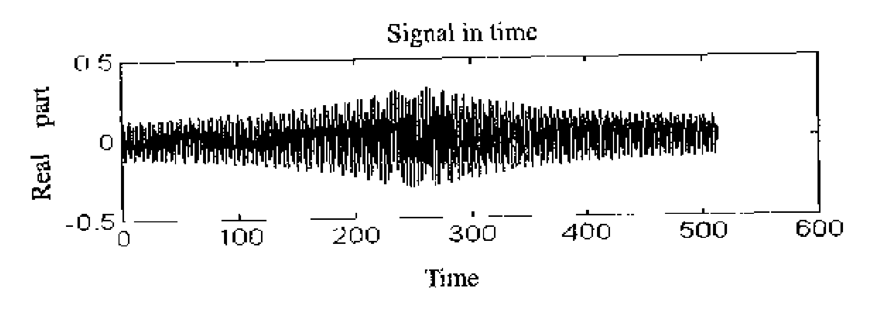


图3-1　理想的多普勒信号

从图3-2中可以看出，频谱图的频率聚集性不是很好。下面看看这个信号的瞬时频率，如图3-3所示。

```
>> [ifhat, t]=instfreq(sig1)
>> subplot(211); plot(t, ifhat, 'g');
```

从图3-3中我们可以很清楚地看出频率随时间的变化情况。

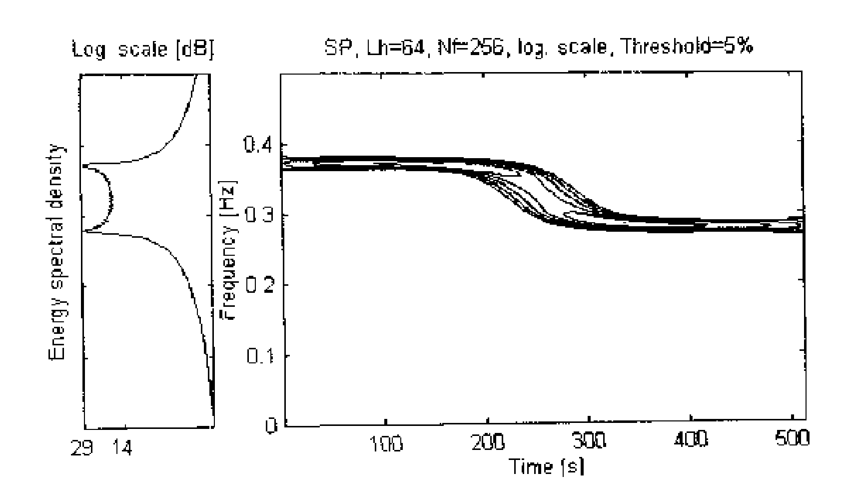


图 3 - 2 多普勒信号的能量谱密度及谱分布

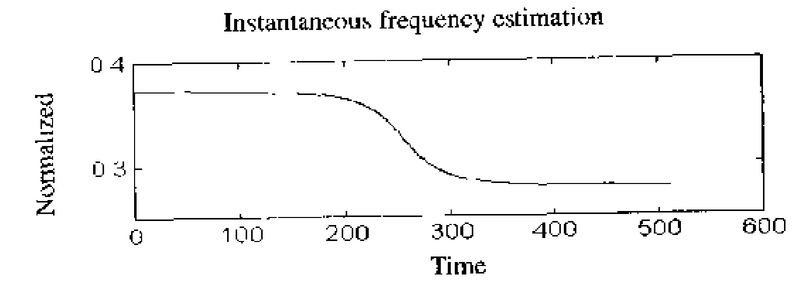


图 3 - 3 多普勒信号的瞬时频率

实际接收到的雷达回波信号往往受到随机噪声的影响，为了更真实地模拟实际信号，我们在上面的多普勒信号中加入 15 dB 的随机噪声，得到的信号如图 3 - 4 所示，其频谱图如图 3 - 5 所示。

```
>> sig2=sigmerge(sig1, noisecg(N), 15);
>> subplot(211); plot(real(sig2));
```

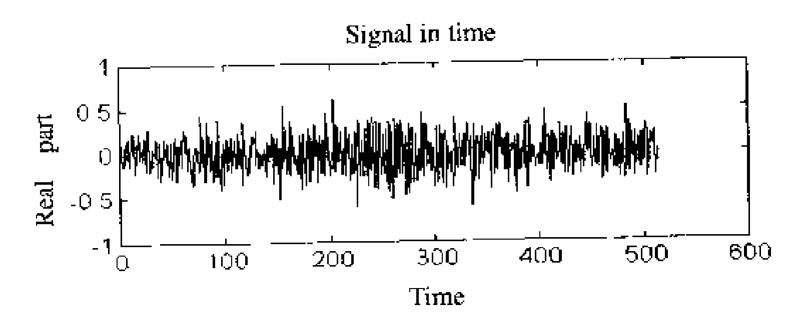


图 3 - 4 含随机噪声的多普勒信号

从图 3 - 5 中可以看出，受到噪声污染的信号其频谱图的时频聚集性变得更糟。但是，考虑其瞬时频率，结果仍然是相当好的，如图 3 - 6 所示。

```
>> [ifhat, t]=instfreq(sig2, 11: 502, 10);
>> hold on; plot(t, ifhat, 'g'); hold off;
```

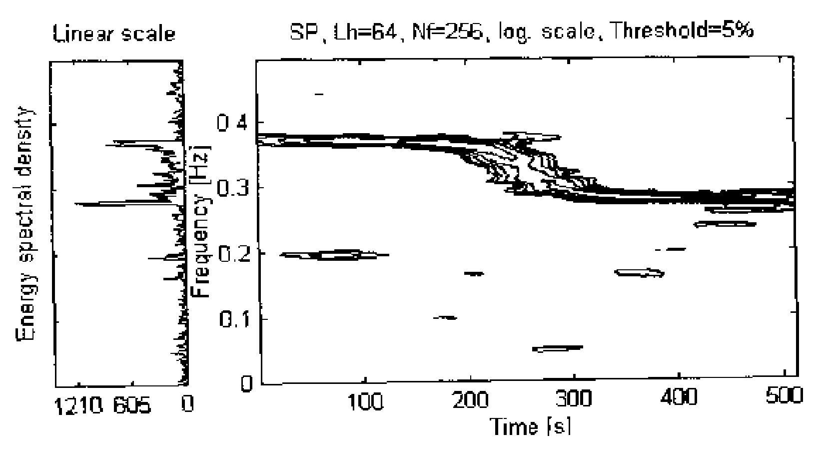


图 3-5　含随机噪声的多普勒信号的频谱图



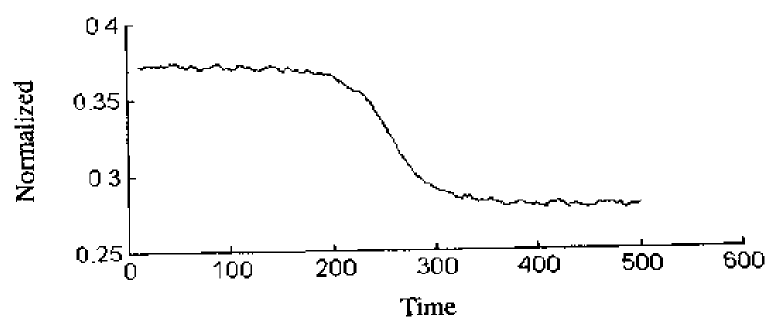


图 3-6　含随机噪声多普勒信号的瞬时频率

3.2　时间分辨率和频率分辨率之间的折衷性

根据不确定性原理，时间分辨率和频率分辨率不可能同时很高，两者之间必然存在一个折衷。到底是应该选择高的时间分辨率还是选择高的频率分辨率，这要根据具体的问题来定。

下面我们举两个例子来说明时间分辨率和频率分辨率之间的折衷性。第一个例子是STFT，第二个例子是频谱图。

3.2.1　STFT时间和频率分辨率之间的折衷性

我们来考虑两种谱况。在第一种情况下，能得到较高的时间分辨率。取 $h(t)$ 为 Dirac 脉冲

$$h(t) = \delta(t) \Rightarrow F_x(t, v; h) = x(t)\exp[-j2\pi vt]$$

则 $x(t)$ 的 STFT 在时域内被很好地局域化了，但它却不能反映任何频率信息。

令 $x(t)$ 为一个经过高斯调幅的线性调频脉冲信号，并计算其 STFT，得到图 3-7 所示的结果。

```
>> x=real(amgauss(128).*fmlin(128));
>> h=1; tfrstft(x, 1:128, 128, h);
```

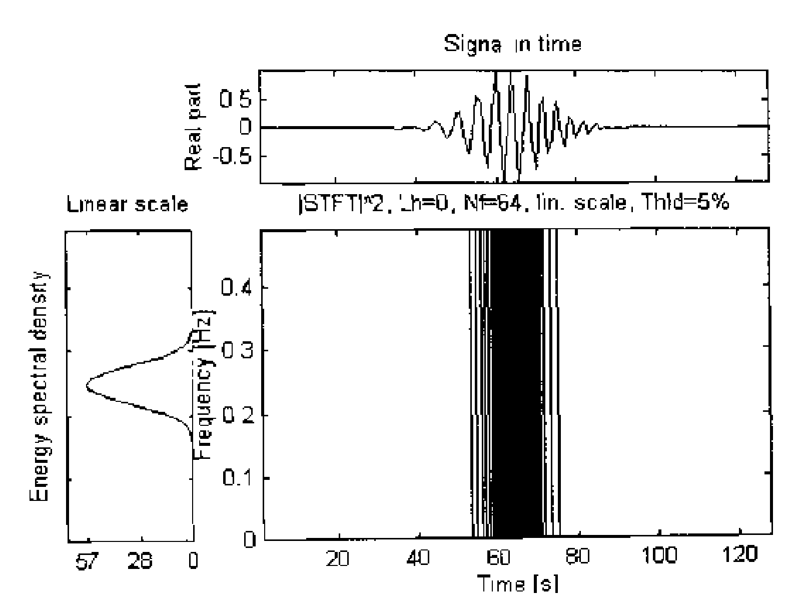


图 3-7 高斯调幅的线性调频脉冲信号的 STFT 变换

从图 3-7 可以看出，信号在时域内被很好地局域化了，但频域的结果却是无效的。

第二种情况能够得到很高的频率分辨率结果，它由一个常值窗获得：

$$h(t) = 1\ (H(v) = \delta(v)) \Rightarrow F_x(t, v; h) = X(v)$$

此时 $x(t)$的 STFT 变成了它的 FT，不能提供任何时间分辨率结果，如图 3-8 所示。

```
>> h=ones(127, 1); tfrstft(x, 1: 128, 128, h);
```

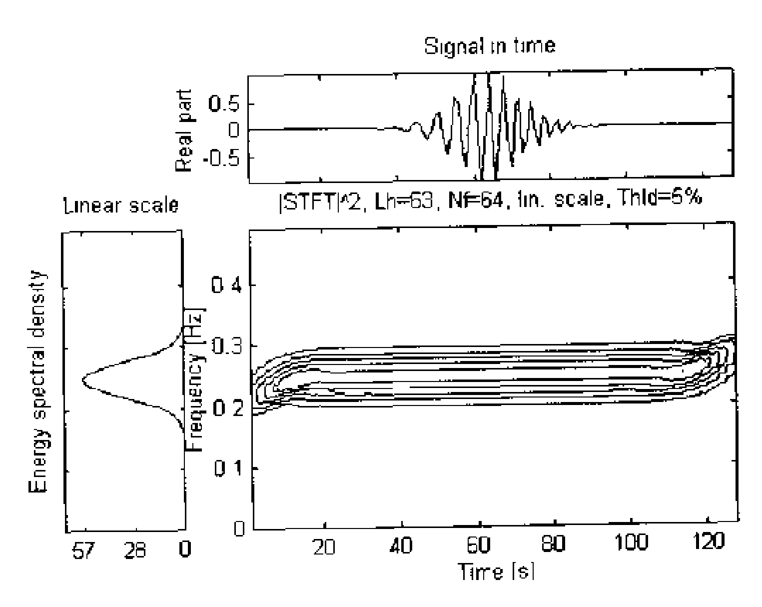


图 3-8 具有高斯调幅的线性调频脉冲信号的 FT

此例获得的结果 $F_x(t, v; h)$并不是真正的 $X(v)$，原因是窗函数 h 不具有无限持续时间，这样就会产生一些副作用。

为了说明窗函数的形状和长度对变换结果的影响，我们考虑两个瞬态信号，它们的频率相同，具有固定的频率，但到达时间不同。(使用 M 文件 atoms.m 可以产生这样的两个瞬态信号。)

```
>> sig=atoms(128, [45, 0.25, 32, 1; 85, 0.25, 32, 1]);
```

先看看采用 65 个点的汉明(Hamming)窗得到的结果，如图 3 - 9 所示。

```
>> h=window(65, 'hamming');
>> tfrstft(sig, 1: 128, 128, h);
```

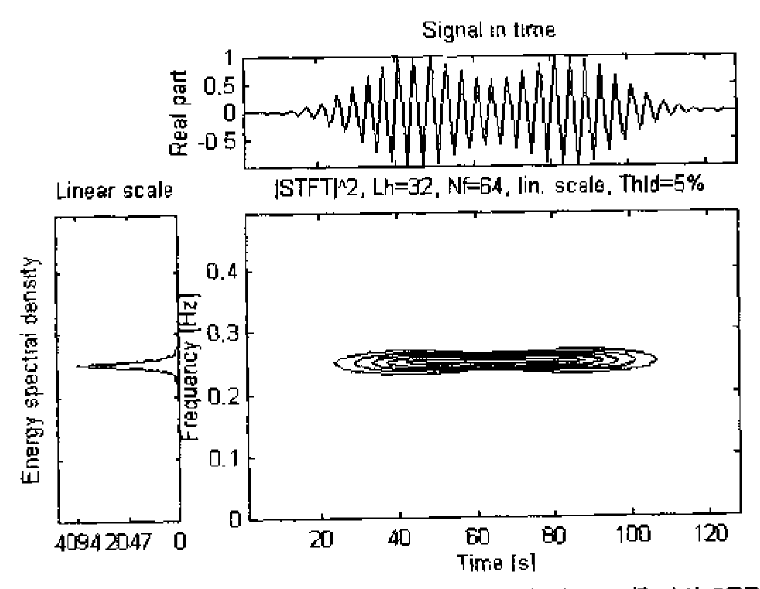


图 3 - 9　两个瞬态信号在 65 个采样点的汉明窗作用下得到的 STFT

由图 3 - 9 可以看出，这两个瞬态信号经过汉明窗作用后的 STFT 频率分辨率结果相当好，但要从时间上区分两个信号则几乎是不可能的。

再考虑采用 17 个点的短汉明窗得到的结果，如图 3 - 10 所示。

```
>> h=window(17, ; 'hamming');
>> tfrstft(sig, 1: 128, 128, h);
```

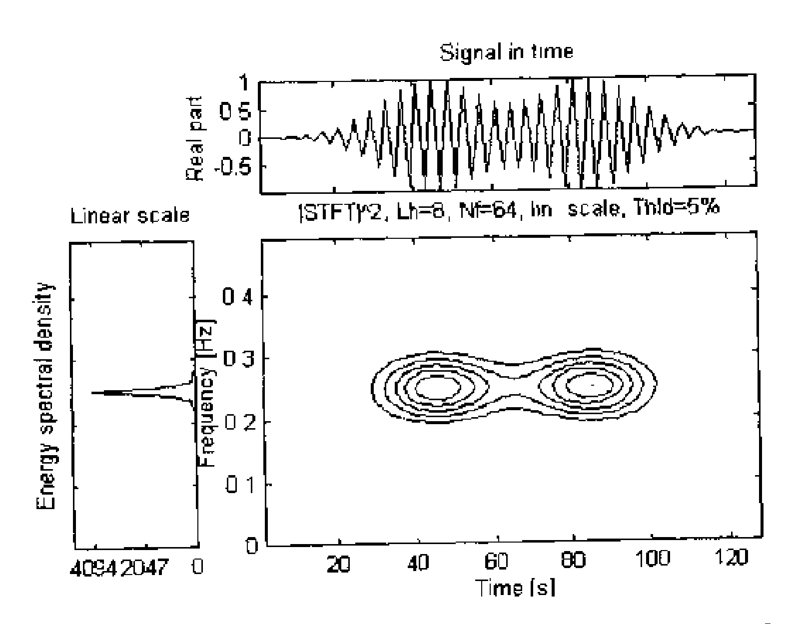


图 3 - 10　两个瞬态信号在 17 个采样点的短汉明窗得到的结果

从图 3 - 10 可以看出，频率分辨率结果更差，但时间分辨率结果则足以区分出两个信号成分。

如何选择合适的窗函数，这里不再展开讨论，请参考文献[3]。

3.2.2 频谱图时间和频率分辨率之间的折衷性

为了表明频谱图的时间分辨率和频率分辨率之间的折衷性，我们来考虑这样一个信号，它由两个平行的线性调频信号构成。我们用时频工具箱中的 M 文件 tfrsp.m 来进行分析。

先考虑信号的两个成分相距不远时的情况，结果如图 3 - 11、3 - 12 所示。

```
>> sig=fmlin(128, 0, 0.4)+fmlin(128, 0.1, 0.5);
>> h1=window(23, 'gauss');
>> figure(1);
>> tfrsp(sig, 1: 128, 128, h1);
>> h2=window(63, 'gauss');
>> figure(2);
>> tfrsp(sig, 1: 128, 128, h2);
```

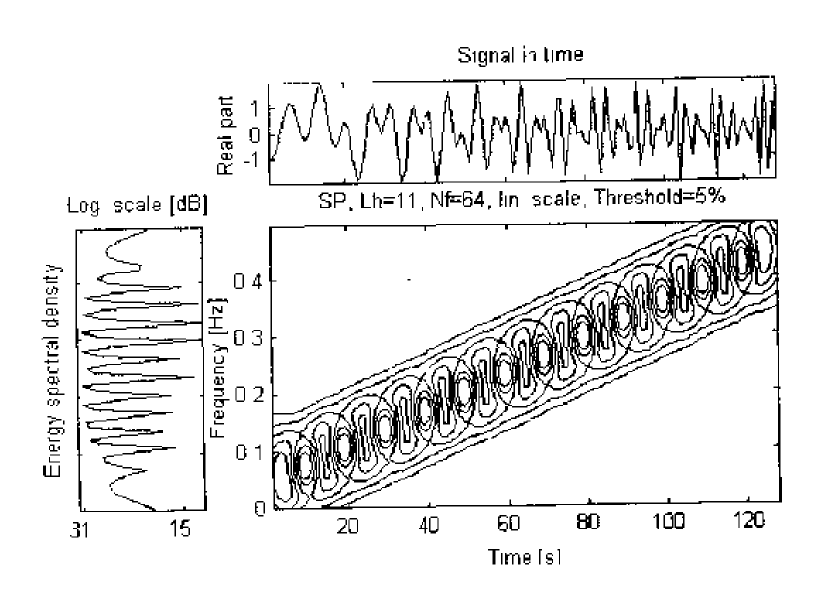


图 3 - 11 两个平行的线性调频信号的频谱图(窗函数为 h1)

如果增加两个调频信号之间的距离，得到如图 3 - 13 和 3 - 14 所示的结果。

```
>> sig=fmlin(128, 0, 0.3)+fmlin(128, 0.2, 0.5);
>> h1=window(23, 'gauss');
>> figure(1);
>> tfrsp(sig, 1: 128, 128, h1);
>> h2=window(63, 'gauss');
>> figure(2);
>> tfrsp(sig, 1: 128, 128, h2);
```

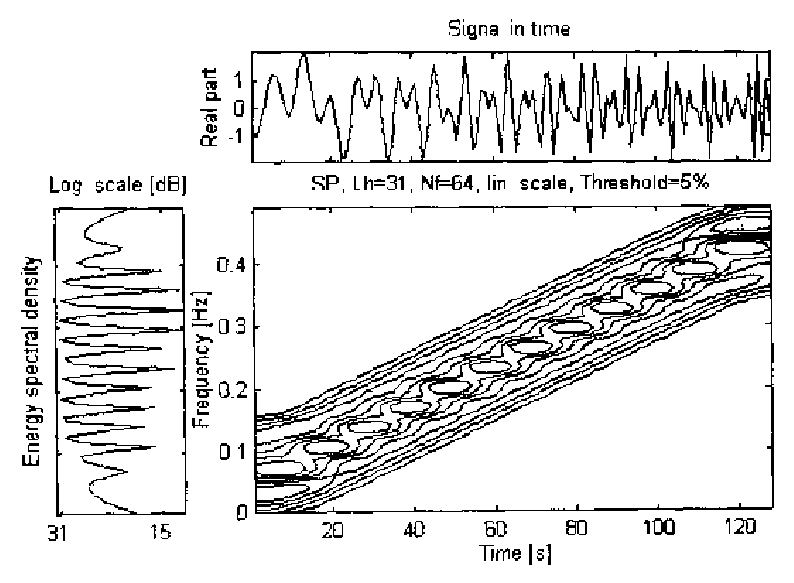


图 3-12　两个平行的线性调频脉冲信号的频谱图(窗函数为 h2)

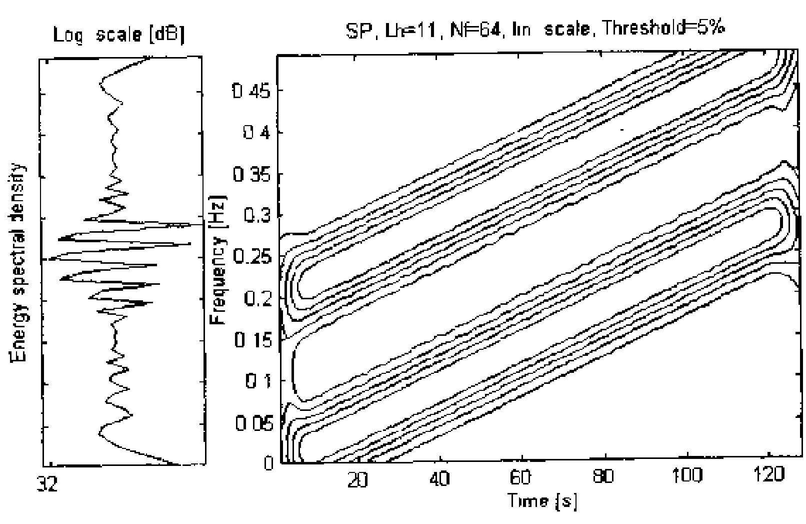


图 3-13　增加两个平行的线性调频脉冲信号之间的距离后得到的频谱图(窗函数为 h1)

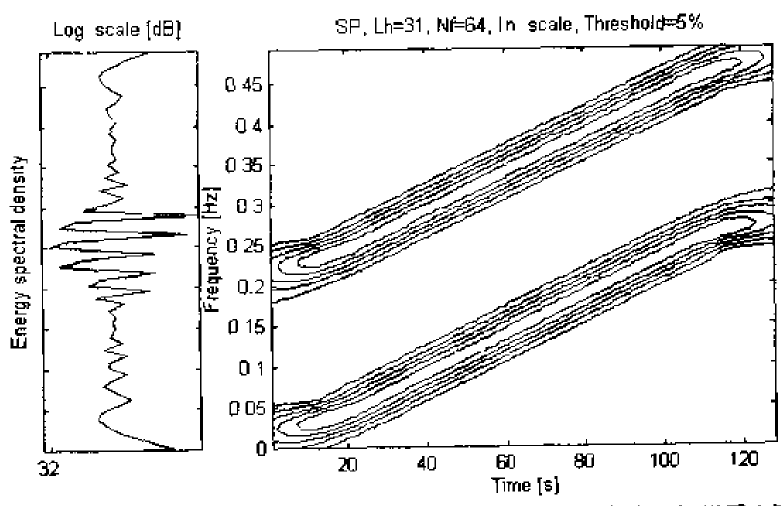


图 3-14　增加两个平行的线性调频脉冲信号之间的距离后得到的频谱图(窗函数为 h2)

由于两个调频信号的自频谱图没有重叠，因而没有出现相干项。比较图 3 - 11、3 - 12、3 - 13、3 - 14，我们还可看出短窗(h1)和宽窗(h2)对时频表示的影响。由于频率的进程不是很快，对于窗 h2，近似平稳的假设是成立的(因此时间分辨率没有频率分辨率重要)，其频率分辨率很好，所以在这种情形下，宽窗更可取一些。而对于短窗 h1，得到的时间分辨率结果很好，但是频率分辨率结果很差。

3.3 WVD、PWVD、SPWVD 之间的比较

我们考虑的信号由两个成分叠加而成，第一个是复正弦信号(归一化频率为 0.15)；第二个是高斯信号，时间和频率都有平移。

```
>> sig=fmconst(128, 0.15)+amgauss(128).*fmconst(128, 0.4);
```

分别计算其 WVD、PWVD 和 SPWVD，得到如图 3 - 15、图 3 - 16 和图 3 - 17 所示的结果。

```
>> tfrwv(sig);
>> tfrpwv(sig);
>> tfrspwv(sig);
```

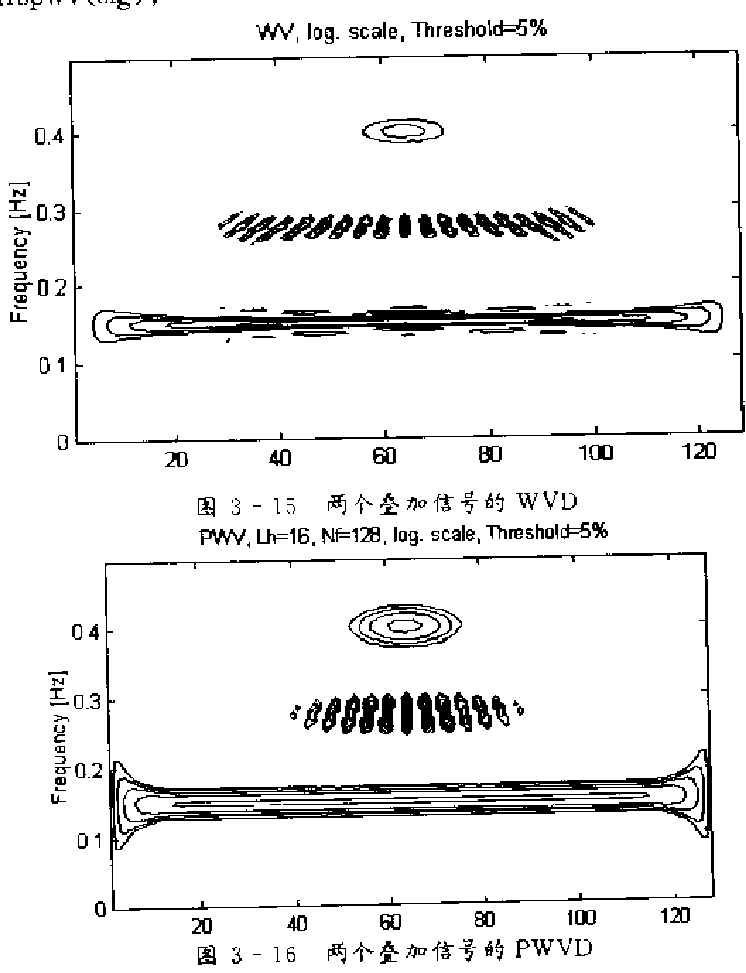


图 3 - 15 两个叠加信号的 WVD

图 3 - 16 两个叠加信号的 PWVD

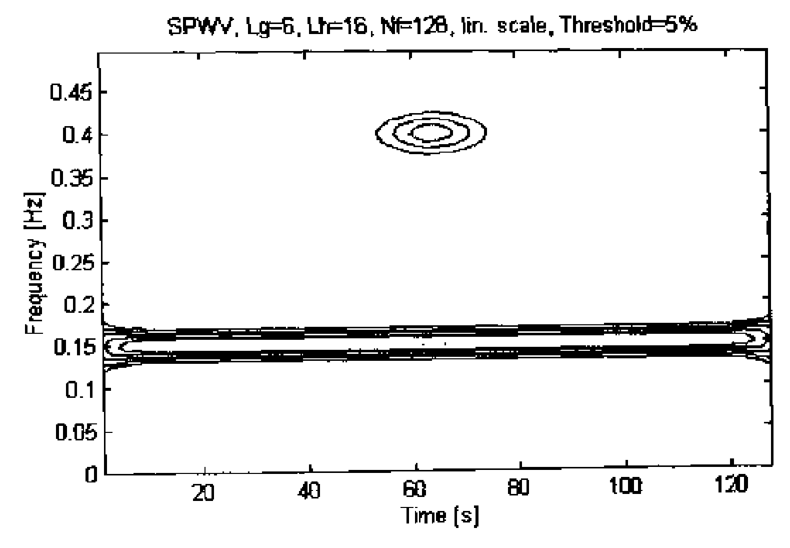


图 3-17　两个叠加信号的 SPWVD

从信号的 WVD 我们可以看到，两个信号项在时频面上处于正确的位置，相干项位于两个信号项之间。由于相关项的振荡在整体上与时间轴垂直，PWVD 对频率所作的平滑并没有真正使相干项得到衰减，因而频率分析结果反而退化。另一方面，SPWVD 所作的时间平滑使相干项得到相当程度的衰减，由于时间分析在这里并不是最主要的，因而这个表示对所给信号的分析来说是合适的。

3.4　基于 WVD 和 AF 的信号分类法

在使用信号的某种变换图形对信号进行分类时，一种直接的方法是将得到的图形与一组预先定义或存储的图形(习惯上称之为参考模块)进行比较。如果图形与参考模块中的某类具有最高的相关度，则图形就被识别为该类。

假定 $W_x(t, f)$是信号 $x(t)$的 WVD 图形，该信号必须归属于参考信号 $y_i(t)$中的一类。正确分类的一种直接方法是利用 $W_x(t, f)$和 $W_{y_i}(t, f)$之间的相关，其中 $W_{y_i}(t, f)$为该类中第 i 个信号的 WVD，也就是计算

$$Q_i = \max_{t_0, f_0}\left|\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, f)W_{y_i}(t-t_0, f-f_0)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}f\right| \tag{3.1}$$

则信号 $x(t)$就被划为 Q_i 取最大值的那一类。实现上式的一种有效方法是使用下面的模糊函数关系：

$$\begin{aligned}&\left|\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} W_x(t, f)W_{y_i}(t-t_0, f-f_0)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}f\right| \\ =&\left|\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_x(\tau, v)A_{y_i}^*(\tau, v)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(vt_0+\tau f_0)}\,\mathrm{d}\tau\,\mathrm{d}v\right|\end{aligned} \tag{3.2}$$

即计算

$$Q_i = \max_{t_0, f_0}\left|\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_x(\tau, v)A_{y_i}^*(\tau, v)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(vt_0+\tau f_0)}\,\mathrm{d}\tau\,\mathrm{d}v\right| \tag{3.3}$$

式中 $A_x(\tau, v)$和 $A_{y_i}(\tau,v)$分别是信号 $x(t)$和参考信号 $y_i(t)$的模糊函数。之所以采用(3.3)式而不是(3.1)式是因为模糊函数在 $\tau-v$ 平面内具有比较小的支撑区，利用(3.3)式计算 Q_i 更为有效。图 3－18 为利用(3.3)式进行分类的示意图。

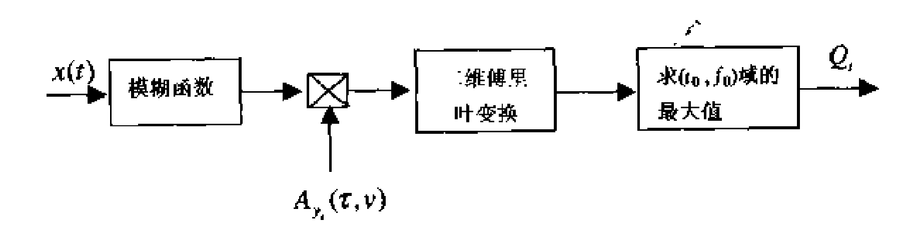


图 3－18 利用模糊函数进行分类的示意图

在大多数应用中，必须考虑参考模块的选择问题。参考模块的选择标准是：类别之间的识别性能够得到改进，而且噪声影响能得到抑制。例如，使用 WVD 作为参考模块时，通常是根据待识别的几类信号的能量大部分集中在哪些区域，精心选择一些时频支撑区与这些区域接近的 WVD 作为参考模块。

3.5 重排方法在实际应用中的效果

为了观察重排方法的实际应用效果，我们对一个多成分信号的各种时频表示以及对这些时频表示进行重排后得到的结果进行比较。

待分析的信号包含三个成分：正弦调频信号、纯音频信号和线性调频脉冲信号。先画出该信号瞬时频率图，作为与其它方法得到的结果的比较标准，再画出其 WVD、SPWVD 及其重排结果，如图 3－19 所示。

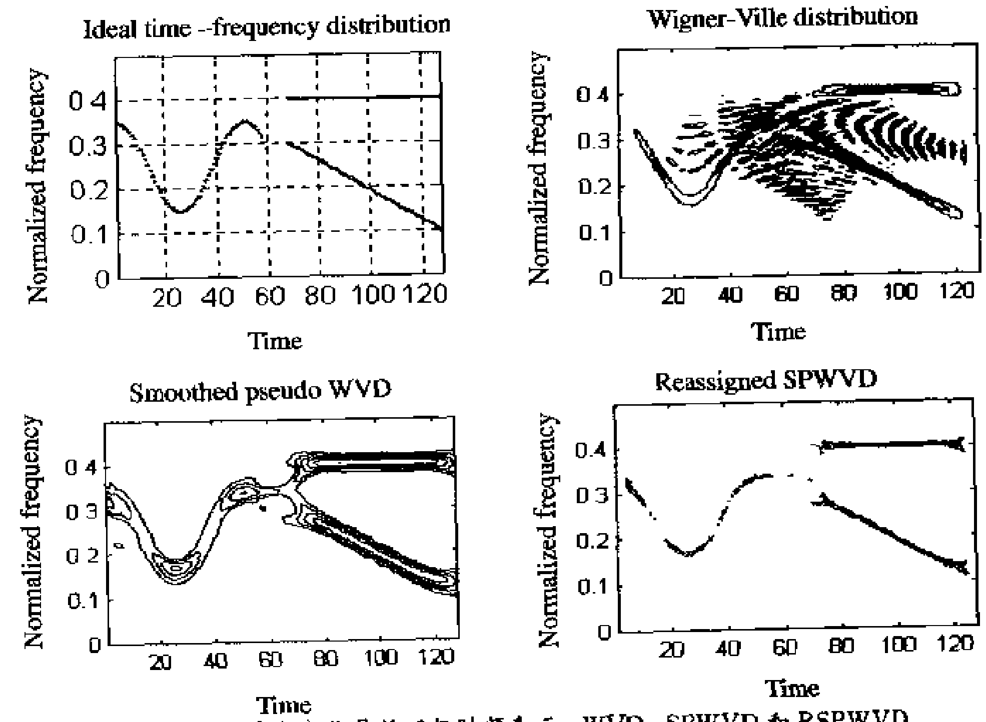


图 3－19 多成分信号的理想时频表示、WVD、SPWVD 和 RSPWVD

```
>> [sig1 ifl1]=fmsin(60, 0.15, 0.35, 50, 1, 0.35, 1);
>> [sig2 ifl2]=fmlin(60, 0.3, 0.1);
>> [sig3 ifl3]=fmconst(60, 0.4);
>> sig=[sig1; zeros(8, 1); sig2+sig3];
>> iflaw=zeros(128, 2);
>> iflaw(:, 1)=[ifl1; NaN * ones(8, 1); ifl2];
>> iflaw(:, 2)=[NaN * ones(68, 1); ifl3];
>> tfrideal(iflaw);
>> figure; tfrwv(sig);
>> tfrrspwv(sig);
```

从图 3-19 可以看出：在信号的 WVD 中，信号项的时频聚集性很好，但由于相干项的影响，可读性较差；由 SPWVD 所作的平滑基本上完全抑制了相干项，但是信号成分的时频聚集性也随之变差；重排方法的改善效果是明显的——所有信号成分的时频聚集性都很好，几乎是理想的描述。

接下来我们考虑频谱图和 Morlet 尺度图，如图 3-20 所示。

```
>> figure(1); tfrrsp(sig);
>> figure(2); tfrrmsc(sig);
```

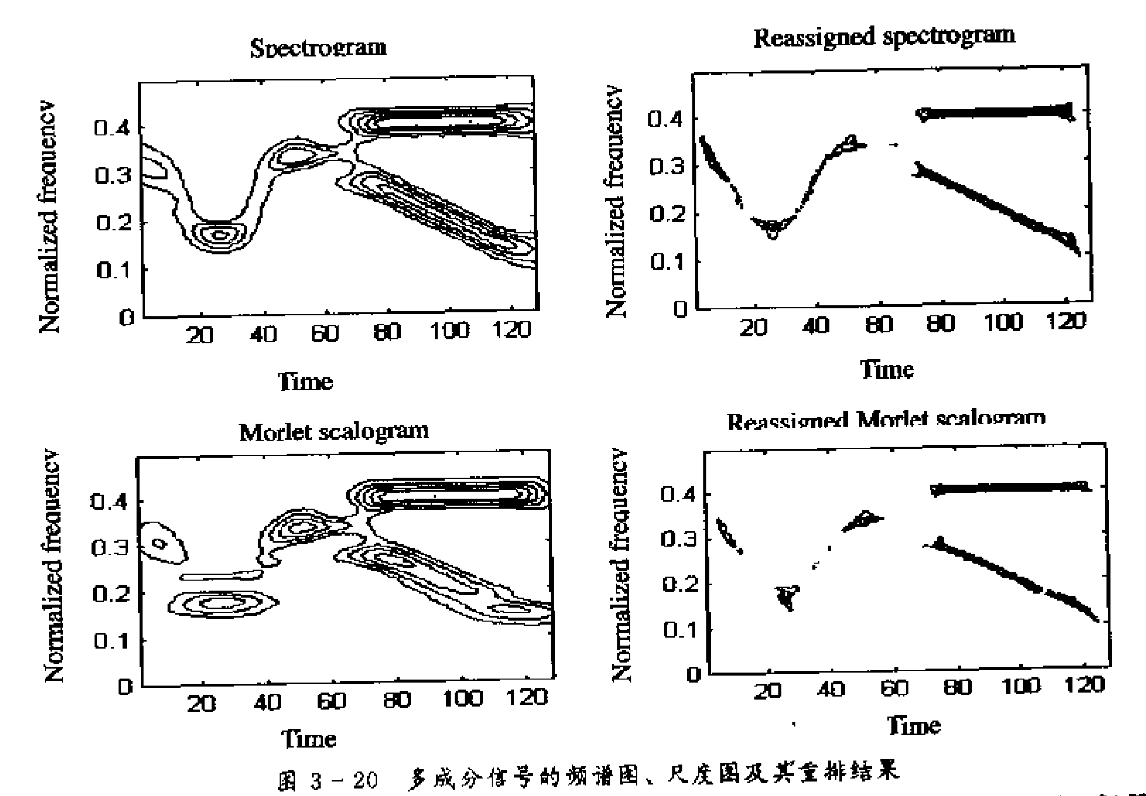


图 3-20　多成分信号的频谱图、尺度图及其重排结果

这两个分布除了在正弦信号的波谷和时刻 t=64 附近以外，几乎没有相干项。但是时间和频率分辨率不是很好，尤其是在尺度图中的低频部分。重排后时间和频率的聚集性得到了相当大的改善，重排频谱图对线性调频信号聚集性更是相当完美的。但重排尺度图得到的结果相对差一些，尤其是在低频处，时间分析分辨率不好。

最后我们考虑此信号的伪 Page 分布、伪 Margenau－Hill 分布以及它们的重排结果，如图 3－21 所示。

```
>> figure(1); tfrrppag(sig);
>> figuree(2); tfrrpmh(sig);
```

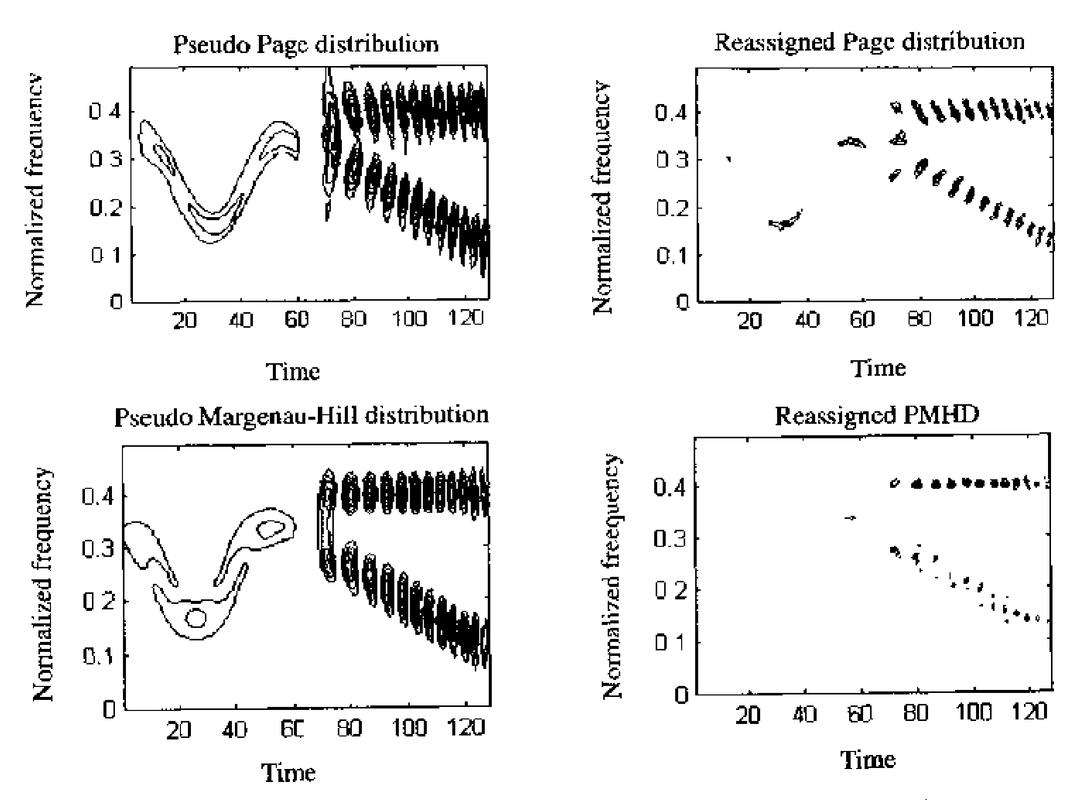


图 3－21 多成分信号的伪 Rage 分布、伪 MH 分布及其重排结果

由图 3－21 可见，重排前得到的结果由于信号项和相干项发生了重叠，其可读性很差。重排后信号的时频聚集性得到了很好改善，但与频谱图或 SPWVD 的重排结果相比要差一些。

3.6 线性调频信号的检测

工程实践中线性调频(LFM)信号是一种很典型、也很常见的信号。通常，在时域或频域对 LFM 信号进行检测是很困难的，而利用时频表示在时频面内对其进行检测却很直观。下面我们举例说明。

利用 M 文件 fmlin.m 可以产生如图 3－22 所示的 LFM 信号。

```
>> sig1=fmlin(128, 0, 0.5);
>> subplot(221); plot(real(sig1));
```

从图 3－22 很难看出信号中包含什么样的调制信号，既不知道其初始频率和终止频率是多少，也不知道它是线性的、抛物线型的，还是双曲线型的。

计算图 3－22 所示信号的频谱(信号傅里叶变换的幅值之平方)得到图 3－23 所示的结果。

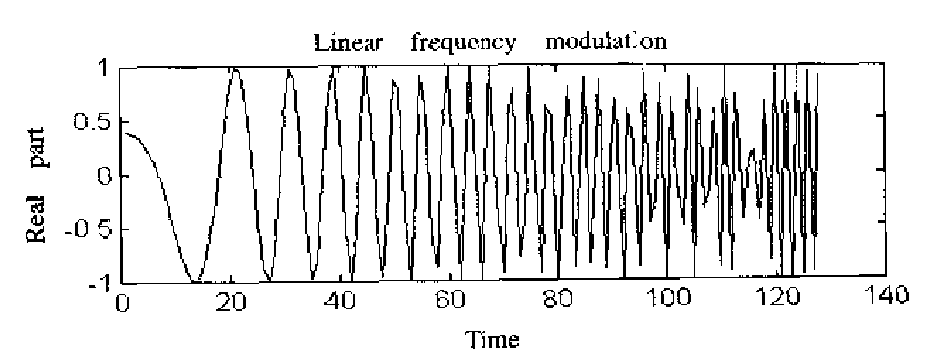


图 3-22　线性调频信号的时域波形

```
>> dsp1=fftshift(abs(fft(sig1)).^2);
>> subplot(221); plot((-64: 63)/128, dsp1);
```

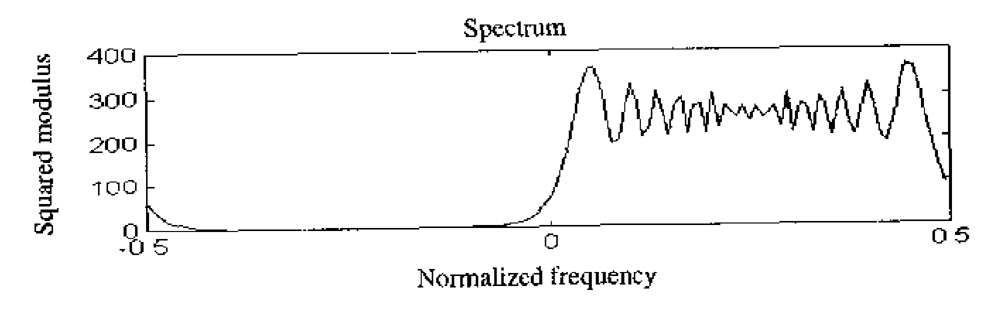


图 3-23　LFM信号的频谱

从图3-23中我们仍然不能得到信号的频率随时间的演变情况。这是因为傅里叶变换是基于复指数的分解，其周期是无限的，时间上不能定位。时间信息实际上隐含于傅里叶变换的过程之中(能量谱忽略了这些信息)，但是不能很直观地解释，对这些信息的提取也面临诸如相位展开之类的困难。

如果我们在描述信号时，既保留其时间描述参数，同时又反映出它的频率内容，就能得到此信号更多的有用信息，这就需要考虑信号的时频分布。下面来看看这个信号的WVD，如图3-24所示。

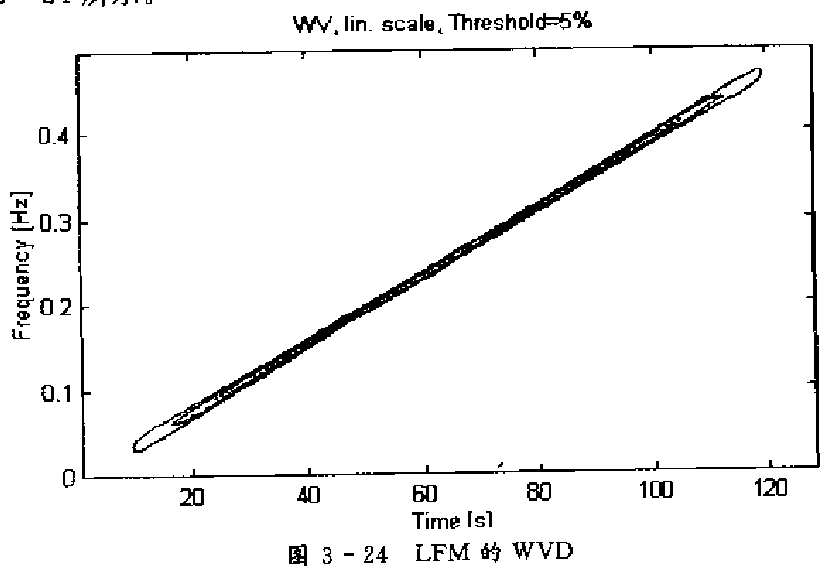


图 3-24　LFM的WVD

```
>> tfrwv(sig1);
```

从图 3 - 24 中我们可以清楚地看出信号的频率(从 0 到 0.5)随时间的线性变化关系。

为了更真实地模拟实际检测过程，我们在此信号中嵌入随机噪声，并对其进行时域分析、频域分析和时频分析，分别得到图 3 - 25、3 - 26 和 3 - 27 所示的结果。

```
>> sig2=sigmerge(sig1, noisecg(128), 0);
>> subplot(221); plot(real(sig2));
>> dsp2=fftshift(abs(fft(sig2)).^2);
>> subplot(221); plot((-64: 63)/128, dsp2);
>> tfrwv(sig2);
```

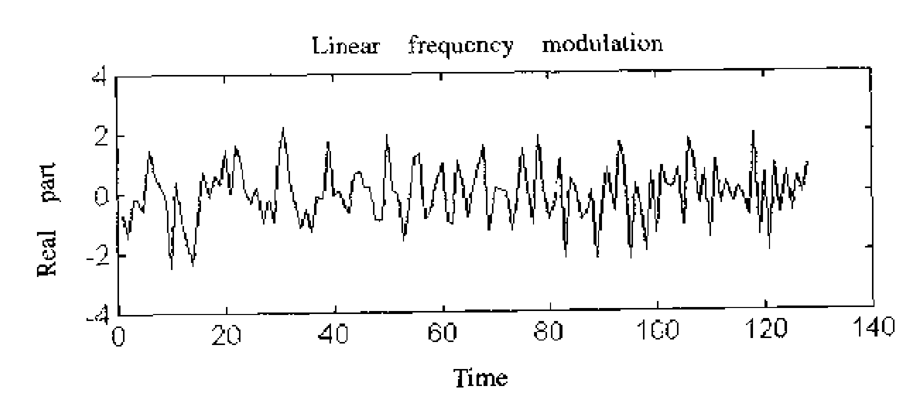


图 3 - 25 含噪声的 LFM 信号

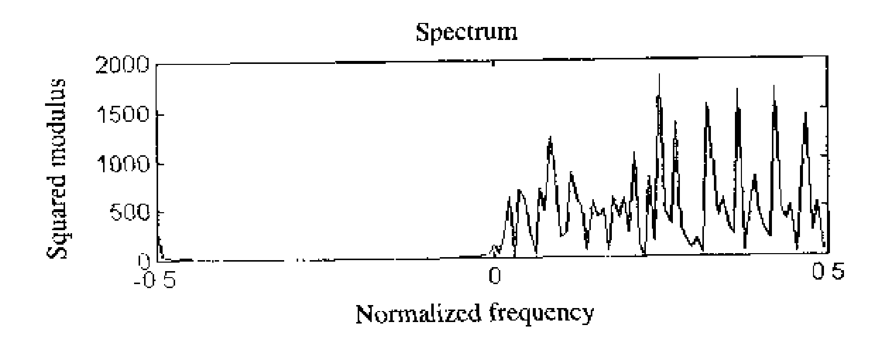


图 3 - 26 含噪声的 LFM 信号的频谱

从图 3 - 27 中我们已经大致能够判断出存在一个 LFM 信号了。

对上述信号的 WVD 进行 Hough 变换，则得到图 3 - 28 所示的结果。

```
>> htl(tfr, 128, 128, 1);
```

在图 3 - 28 中出现了一个代表线性调频脉冲信号的波峰，其能量比代表噪声信号的波峰的能量明显大得多。对所得到的时频表示规定一个阈值(阈值的大小由检测标准来定)，如果出现高过此阈值的波峰，则说明存在线性调频脉冲信号，否则就不存在，这样就完成了 LFM 信号的检测。

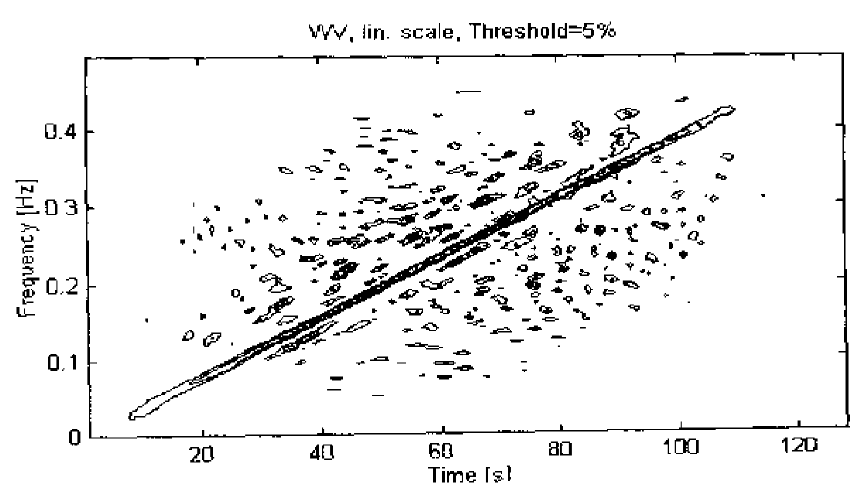
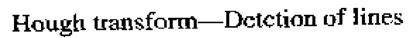


图 3-27　含噪声的 LFM 信号的 WVD



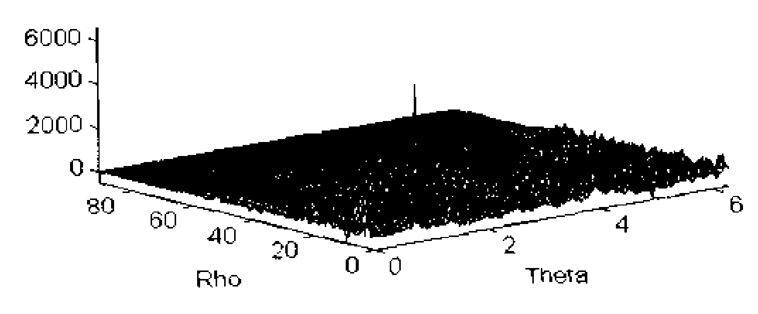


图 3-28　含噪声的 LFM 信号的 Hough 变换

3.7　基于尺度图和 Unterberger 分布局部奇异点的分析

如果说时频表示有助于表明信号频率随时间的变化情况，那么时间尺度表示则更适于分析不规则结构、奇异点和具有自相似性的信号。下面我们给出一个通过尺度图和 Unterberger 分布分析局部奇异点的例子。

信号的局部规律可以由 Holder 指数来表征。如果对于信号 $x(t)$存在常数 C 使得下式成立：

$$|x(s)-x(t)| \leqslant C|s-t|^{H} \qquad 0<H<1 \tag{3.4}$$

式中 H 就表示信号的局部规律指数。如果考虑此信号的小波变换 $T_x(t, a, \Psi)$，其中分析小波满足 $t\Psi(t)$是绝对可积的，则有下式成立：

$$|T_x(t, a, \Psi)| \leqslant C|a|^{H+1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}|t|^{H}|\Psi(t)|\mathrm{d}t = O(|a|^{H+1/2}) \qquad \forall t \tag{3.5}$$

或者以另外一种形式来表示：

$$E[|T_x(t, a, \Psi)|^2] \sim |a|^{H+1/2} \qquad a\to 0 \quad (\sim \text{表示逼近于}) \tag{3.6}$$

式中 $E[\ast]$表示$[\ast]$的数学期望。这就意味着信号的规律可以由此信号的尺度图在小尺度条件下的行为来恢复，反之也是成立的。

由于基于小波的方法本质上具有时间相关性，因而这种方法可以估计信号的局部规律。从这个方面讲，时间尺度方法在某种意义上提供了一个与时频分析中为记录频谱特征随时间演化而提出的方法相似的框架。事实上，对于给定的时刻 t_0，如果下式成立：

$$|x(t_0+\tau)-x(t)| \leqslant C|\tau|^{H(t_0)} \qquad 0<H(t_0)<1 \tag{3.7}$$

则可以建立不等式

$$\begin{aligned}|T_x(t,a,\Psi)| &\leqslant C|a|^{H(t_0)+1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}|t|^{H(t_0)}\,|\Psi(t)|\mathrm{d}t + C|t-t_0|^{H(t_0)}\int_{-\infty}^{+\infty}|\Psi(t)|\,\mathrm{d}t \\ &= O(|a|^{H(t_0)-1/2}+|t-t_0|^{H(t_0)})\end{aligned} \tag{3.8}$$

这样，在小尺度小波变换(尺度图)的条件下，我们就能得到反映信号局部规律的图像。反之也是成立的，即通过在时频面中某一锥形区域中适当地减小小波(尺度图)的系数，可以对信号的局部规律进行估计。

如果进一步强化(3.7)式，即假定信号 $x(t)$ 的频谱是渐近减小的：

$$X(v) \sim |v|^{-(1+2H(t_0))}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v t_0} \qquad |v|\to\infty \tag{3.9}$$

则对于 active Unterberger 分布，我们有下面的近似关系：

$$U_x(t,a) \sim |a|^{2(1+H(t_0))}\delta(t-t_0) \qquad a\to 0 \tag{3.10}$$

这样，Unterberger 分布就遵循这样的规律：沿着尺度方向，它能够反映奇异点的强度 H，沿着时间方向，它能够确定奇异点的位置。

M 文件 holder.m 能够通过信号的仿射类时频表示估计信号的 Holder 指数。

【例 1】 考虑强度 $H=0$，以时间 $t_0=32$ 为中心，64 点的 Lipschitz 奇异信号。

```
>> sig=anasing(64);
```

用尺度图(Morlet 小波)对此信号进行分析，得到图 3 - 29 所示的结果。

```
>> tfrscalo(sig, 1: 64, 4, 0.01, 0.5, 256, 1);
```

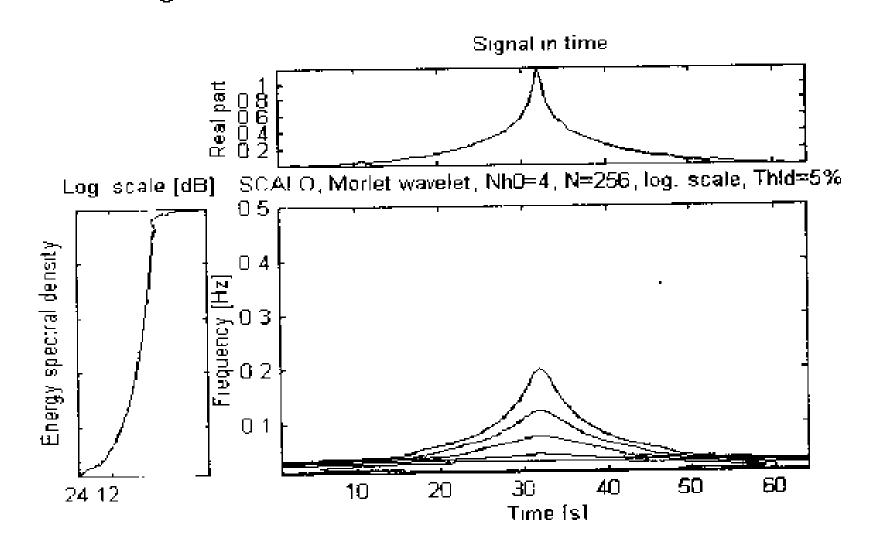


图 3 - 29 Lipschitz 信号的 Morlet 小波尺度图($H=0$)

由小尺度下的尺度图分布可以估计奇异信号的时间局域化结果。

```
>> H=holber(tfr, f, 1, 256, 32)
```
→ $H=-0.0381\approx 0$

如果上述奇异信号的强度变为 $H=-0.5$，则其尺度图如图 3 - 30 所示。

```
>> sig=anasing(64, 32, -0.5);
>> tfrscalo(sig, 1: 64, 4, 0.01, 0.5, 256, 1);
```

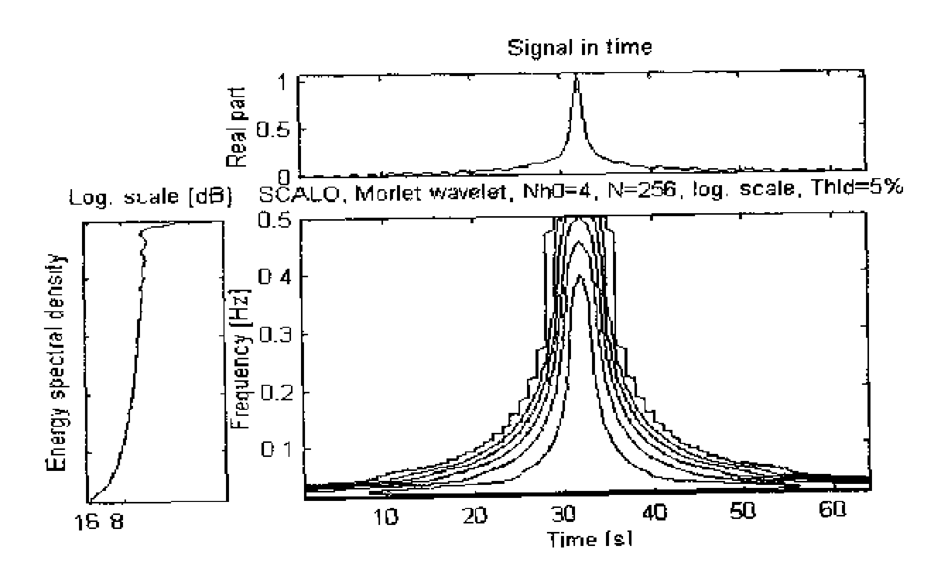


图 3 - 30　Lipschitz 信号的 Morlet 小波尺度图($H=-0.5$)

从图 3 - 30 中可以看出，尺度图沿尺度方向的不同表现，尺度的减小反映了强度 H 的特征。当 $T=32$ 时，Holder 指数的估计值接近于 0.5。

```
>> H=holber(tfr, f, 1, 256, 32);        → H=-0.5107
```

从 active Unterberger 分布中可以观察到同样的结论，在此我们仅给出结果(如图 3 - 31 所示)。

```
>> sig=anasing(64);
>> tfrunter(sig, 1: 64, 'A', 0.01, 0.5, 256, 1);
>> sig=anasing(64, 32, -0.5);
>> tfrunter(sig, 1: 64, 'A', 0.01, 0.5, 256, 1);
```

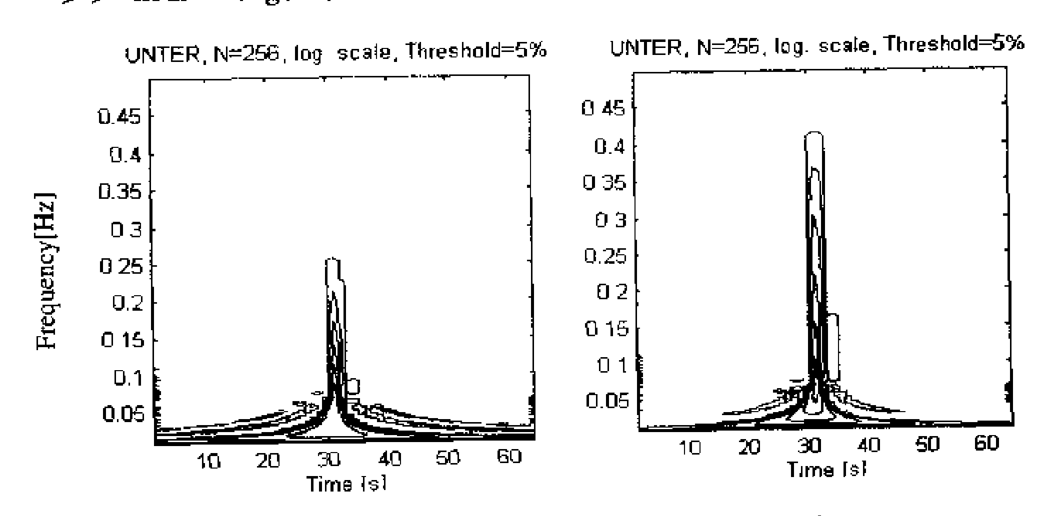


图 3 - 31　Lipschitz 信号的 active Unterberger 分布

3.8 时频分析在往复机械振动故障检测中的应用

往复机械振动在工程实践中有着大量的应用，往复机械工作时突出的外在表现是振动信号，例如，

(1) 主速行驶下的机车内燃机传动系统，在运动中产生强大的冲击振动；

(2) 汽车发动机汽缸和机车内燃机构都是兼旋转和往复机构于一体的复杂机械，当发动机汽缸的一些部件出现故障后，将产生附加振动。

根据往复机械工作时的振动信号的检测和分析，确定往复机械的工作状态，当往复机械出现故障时，根据振动信号进行故障的检测和诊断，对保证往复机械安全、可靠的运行有着重要的意义。

例如，我们可以根据柴油机缸盖振动信号的分析进行柴油机故障的检测和诊断。柴油机缸盖是柴油机燃烧室的一部分，柴油机在运行过程中，由于各种激励力(如气缸压力、落座冲击力、活塞不平衡惯性力、曲轴不平衡回转惯性力等)的直接或间接作用，柴油机缸盖会产生振动。这种振动信号是由一系列频率特性各不相同、幅值差别较大的瞬态响应组成的，且具有非平稳特性，所以一般传统的分析方法(如傅里叶变换等)是无能为力的。

例如，某柴油机的一个工作周期为 720°，一个周期内包括六个工作阶段，即：① −20°～20°，进汽阀开；② 21°～228°，排汽阀关；③ 228°～290°，进汽阀关；④ 290°～430°，燃烧；⑤ 430°～492°，燃烧后段；⑥ 492°～700°，排汽阀开。柴油机在不同工作阶段和不同工作状态(正常、故障)下缸盖表面振动就会有不同的反应，采集柴油机的缸盖振动信号，对该信号进行时频分析，以信号的时频特征作为柴油机故障诊断的特征信号，就可以进行柴油机故障的检测诊断。在柴油机处于正常情况下和处于设定故障状态下分别采集柴油机的缸盖振动信号，截取一个周期的采样信号进行时频分析，图 3-32 为根据采集信号得到的原始波形(时域)，采样频率为 25 kHz，共采集 1970 个数据点。

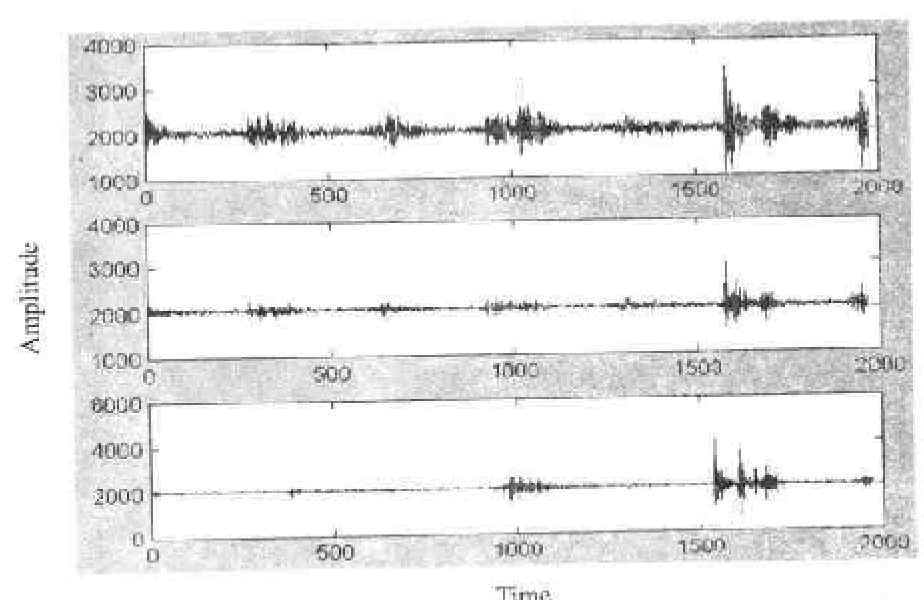


图 3-32 正常状态和故障状态下的信号波形

源程序如下：

```
>> sig1=load('c：\data\vbritnormal.dat')；
>> subplot(311)；plot(sig1)；
>> sig2=load('c：\data\vbritlittle.dat')；
>> subplot(312)；plot(sig2)；
>> sig3=load('c：\data\vbritcrack.dat')；
>> subplot(313)；plot(sig3)；
```

我们选取柴油机的一个工作周期的中的三个不同的阶段，分别分析在正常情况下、气门缝隙较小和有裂缝的故障情况下采集到的缸盖振动信号，得到图 3－33～图 3－41。

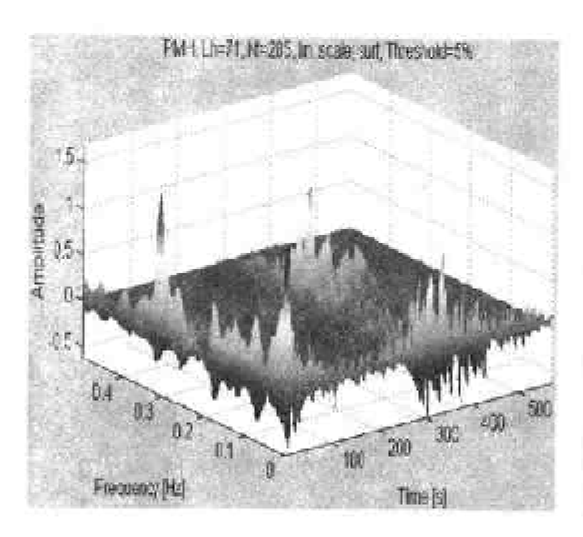


图 3－33　正常情况下(采样点 21～290)的 PMH

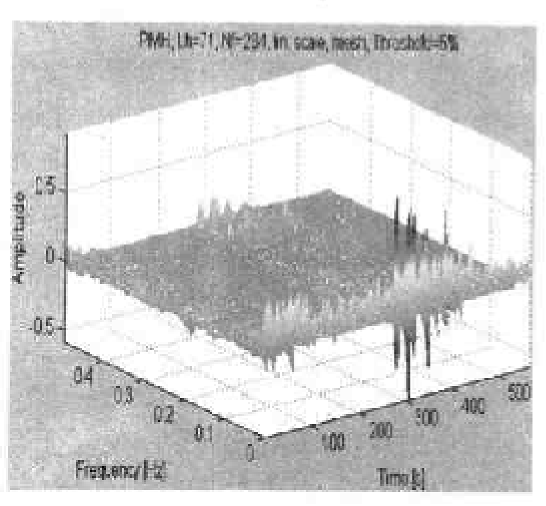


图 3－34　气门缝隙较小情况下(采样点 21～290)的 PMH

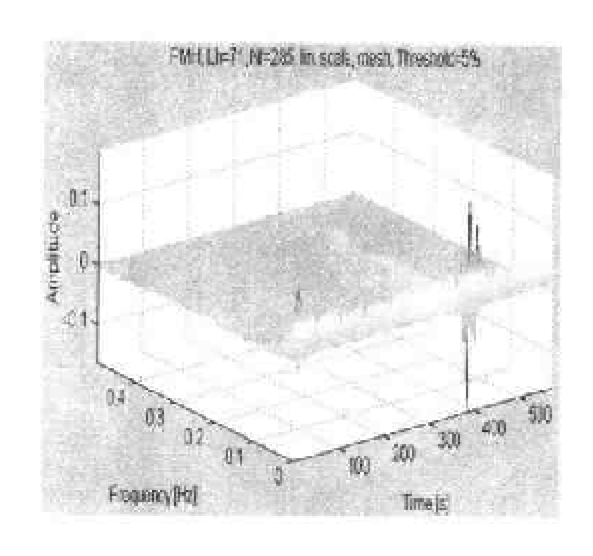


图 3－35　有裂缝情况下(采样点 21～290)的 PMH

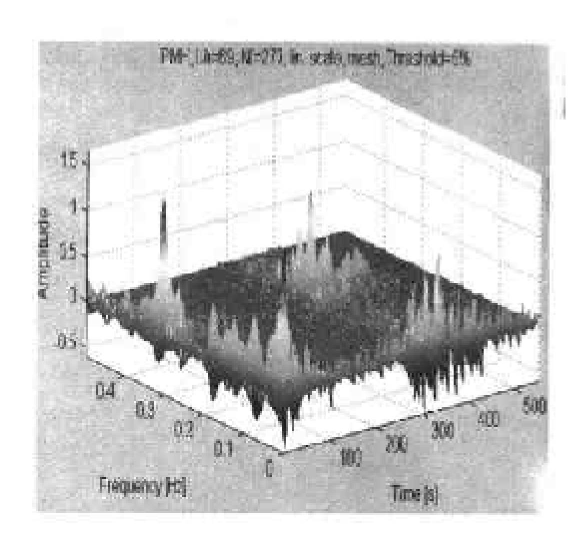


图 3－36　正常情况下(采样点 290～492)的 PMH

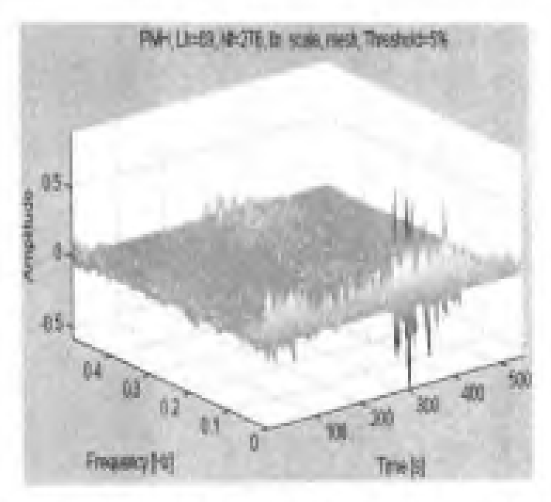


图 3-37　气门缝隙较小情况下(采样点 290～492)的 PMH

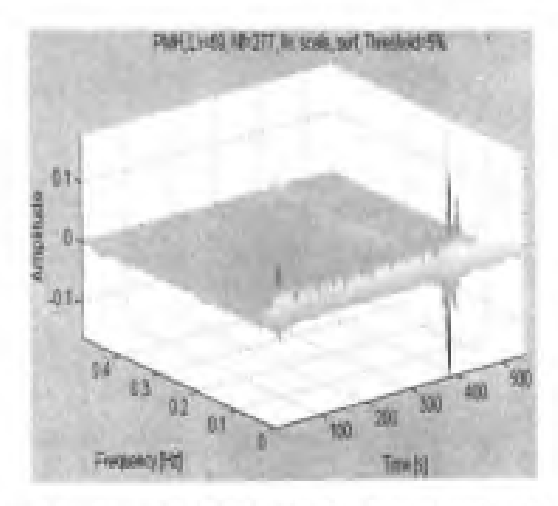


图 3-38　有裂缝情况下(采样点 290～492)的 PMH

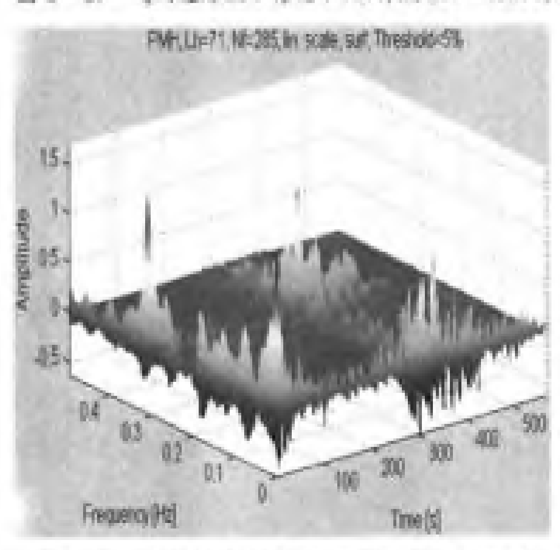


图 3-39　正常情况下(采样点 492～700)的 PMH

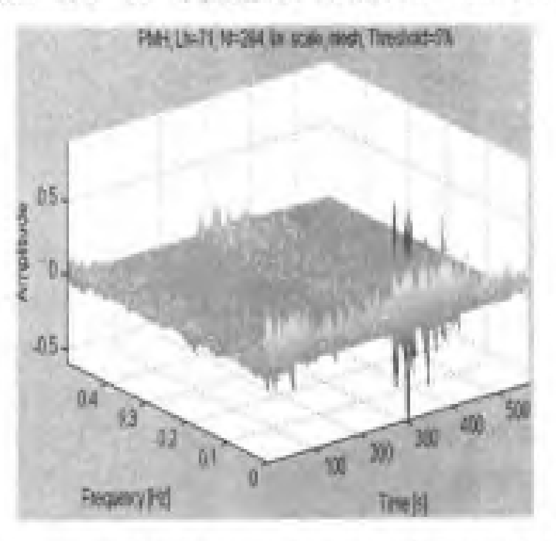


图 3-40　气门缝隙较小情况下(采样点 492～700)的 PMH

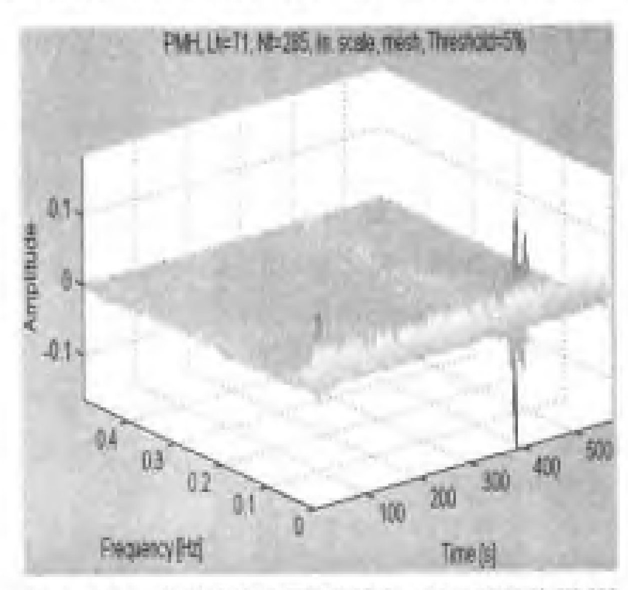


图 3-41　有裂缝情况下(采样点 492～700)的 PMH

源程序如下：

```
>> clear
>> format long
>> const=1974/720;
>> const1=round(const * 208);
>> signew=load('e: /xia/xiaqb/xy/normal/v0.dat'); % 读取信号
>> %signew=load('e: /xia/xiaqb/xy/little/v0.dat');
>> %signew=load('e: /xia/xiaqb/xy/crack/v0.dat');
>> sig=(signew-2000)/200;
>> c=const1; n=229;
>> t=n: (c-1+n);
>> t0=sig(n: (c-1+n), 1);
>> m=max(abs(sig));
>> sig1=sig/m;
>> sig2=sig1(n: (c-1+n), 1);
>> sig2=sig1(1: c, 1);
>> tfrpmh(sig2);
```

分析图 3 - 33～3 - 41 可以看出，在不同的工作周期内，正常信号和有故障信号的时频分布间存在着明显的差别，以信号在时频面上的幅值为特征，通过模式识别与匹配可以检测并识别系统是否存在故障以及故障的类型。因此，通过仿真或实验得到往复机械正常和不同故障下的数据，进行时频分析，建立往复机械正常和不同故障下的时频分布图，以此为基准，对往复机械的工作状态进行检测与识别，可以实现往复机械状态的监测与故障的诊断隔离。

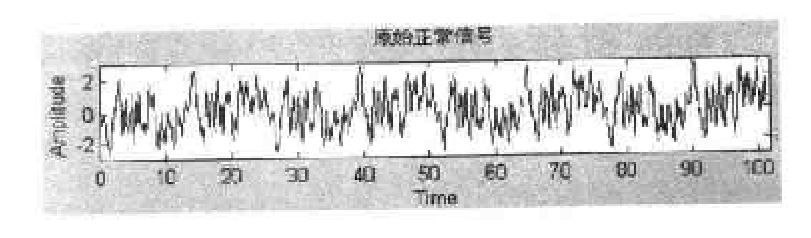
3.9 时频分析在惯性器件工作状态识别中的应用

惯性器件在导弹、飞机、汽车、轮船等军事和民用领域都有着广泛的应用，对惯性器件工作状态的监测与识别有着重要的现实意义。本节中，我们通过实验研究了用时频分析、识别惯性器件工作状态的能力。实验中我们选择了惯性器件的两种工作状态进行试验，即惯性器件处于正常工作状态和故障状态(加温电路不能正常工作)，在这两种状态下对系统施加同样的输入激励信号，分别检测惯性器件的响应信号，对响应信号进行时频分析，观察惯性器件在两种不同工作状态下的时频特征，确定是否可以根据时频特征识别惯性器件的工作状态，试验结果如图 3 - 41～3 - 42 所示。从图可以直观地看出：惯性器件的工作状态在惯性器件输出信号的时频分布上有明显的体现，根据惯性器件输出信号的时频分析结果，可以较好地识别惯性器件的工作状态。

现用 A/D 采样板分别采到某型号导弹上的横法向稳定仪在正常和故障两种状态时的两组数据，通过采用不同的时频分布对其分析，可提取该故障信号的时频特征，确定该故障发生的时刻。

源程序如下：

```
>> clear;              %清除MATLAB工作环境中现有的变量
>> format long
>> const=1016;
>> sig=load('e:/missiledata/A_281ms.dat');      % 载入原始正常信号
>> signal=load('e:/missiledata/A_151ms.dat');     % 载入原始故障信号
>> t=0:0.1:(const-1)/10;
>> t0=sig(1:1016,1);
>> t1=signal(1:1016,1);
>> subplot(411);plot(t,t0);
>> xlabel('Time');ylabel('Amplitude');
>> axis([0 102 -3 3]);
>> title('原始正常信号');
>> subplot(413);plot(t,t1);
>> xlabel('Time');ylabel('Amplitude');
>> axis([0 102 -3 3]);
>> title('原始故障信号');              %输出结果如图 3-42 所示
```



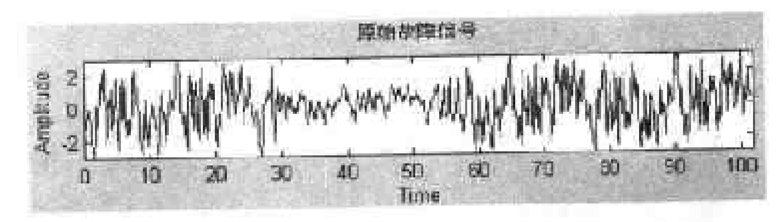


图 3-42　原始正常信号和原始故障信号

从图 3-42 可以看出，该故障信号大致发生在 30～50 s 之间，但该信号的时频特征不明显。

采用传统的离散傅里叶变换，得到图 3-43。

源程序如下：

```
>> m1=max(abs(t0));          % 对信号进行最大值处理
>> m2=max(abs(t1));
>> sig2=t0/m1;
>> signal2=t1/m2;
>> figure
```

```
>> subplot(211);plot(fft2(sig2));title('正常信号'); %  作信号 fft 变换后的图形
>> subplot(212); plot(fft2(signal2)); title('故障信号');
```

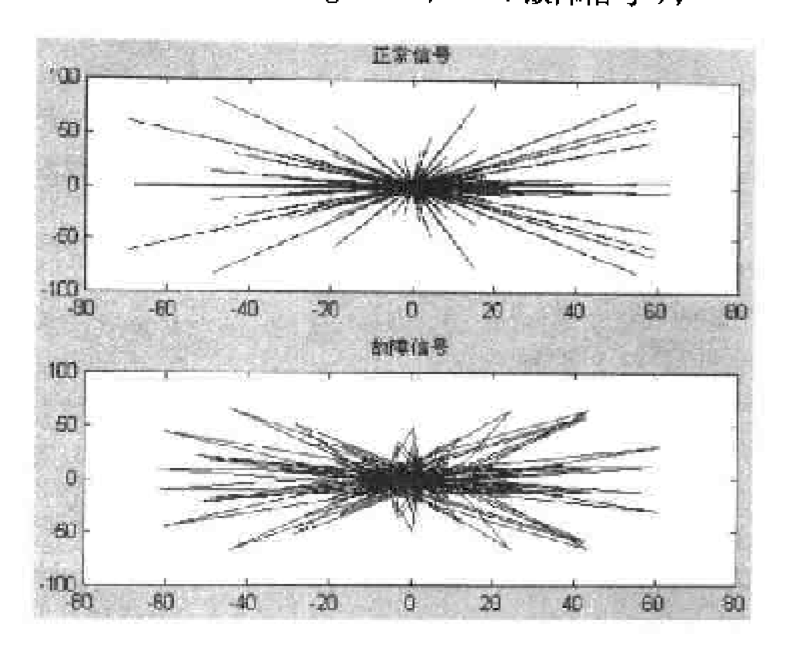


图 3 - 43　原始正常信号和故障信号经 FFT 变换后的图形

由图 3 - 43 可知，故障信号经过离散傅里叶变换后，根本无法确定该故障信号的时频特征。而采用时频工具箱中的 STFT 变换后，则可以很好地确定该故障信号的时频特征。

```
>> tfrstft(abs(sig2));
>> tfrstft(abs(signal2));
```

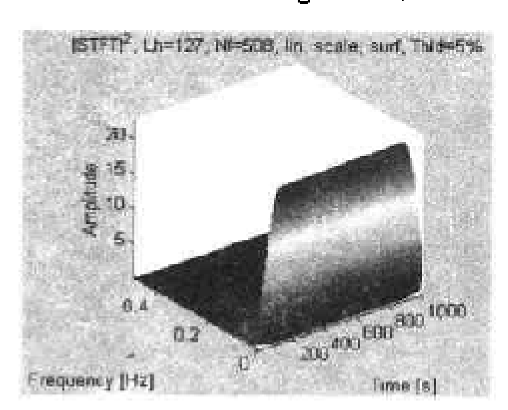


图 3 - 44　正常信号经 STFT 处理后的图　　　图 3 - 45　故障信号经 STFT 处理后的图

由图 3 - 44 和图 3 - 45 可知，该故障信号发生的时间为 40 s，频率为 0.1 Hz 。同样也可以采用伪 Margenau - Hill 分布(PMHD)对该信号进行处理。

```
>> tfrpmh(abs(sig2));
>> tfrpmh(abs(signal2));
```

由于 PMHD 比 STFT 具有更高的分辨率，故采用 PMHD 对故障信号进行处理要比 STFT 效果更好。这一点也可以从图 3 - 46 和图 3 - 47 看出。

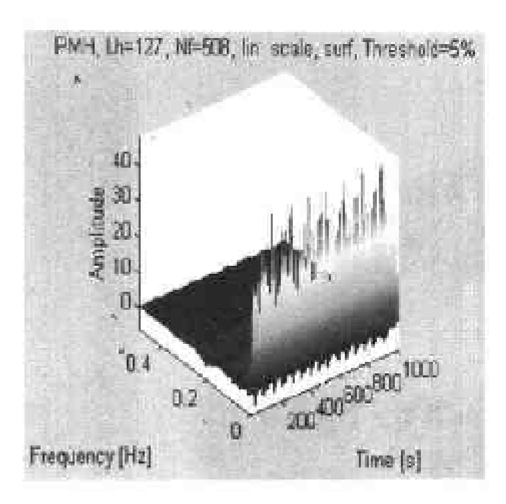



图 3-46 正常信号经 PMHD 处理后的图

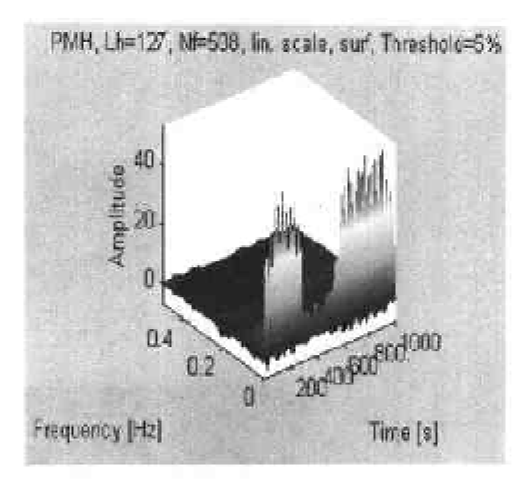


图 3-47 故障信号经 PMHD 处理后的图

3.10 Gabor 频谱图在超声波探伤中的应用

超声波是一种非损伤性探测物质内部隐含缺陷或损伤的有效方法，在实践中有着广泛的应用。由于物质材料内部结构的非均匀性，超声波探伤信号表现出明显的非平稳性，因此，单靠时域或频域信息来描述物质内部缺陷或损伤的特征是不够的。研究表明，如果提供期望的时频域信息，那么 Gabor 频谱图是一种非常合适的超声波探伤分析方法。

图 3-48 是一个典型的超声波探伤系统，该系统由脉冲源与脉冲接收器(含内置的放大器)、超声波传感器(用作发射传感器和接收传感器)和数字示波器组成。超声波探伤系统的工作原理是：脉冲源发出电脉冲，在发射传感器中被转换成机械脉冲(脉冲频率范围大约为 0.2～50 MHz)，所产生的机械脉冲被测试样本耦合，材料内部的任何声学失调都会产生反射回波，此回波被接收传感器转换为电脉冲，然后传送给脉冲接收器。接收到的回波信号被放大，然后再在示波器中显示。此例中传感器的中心频率为 15 Hz，采样频率为 100 MHz。

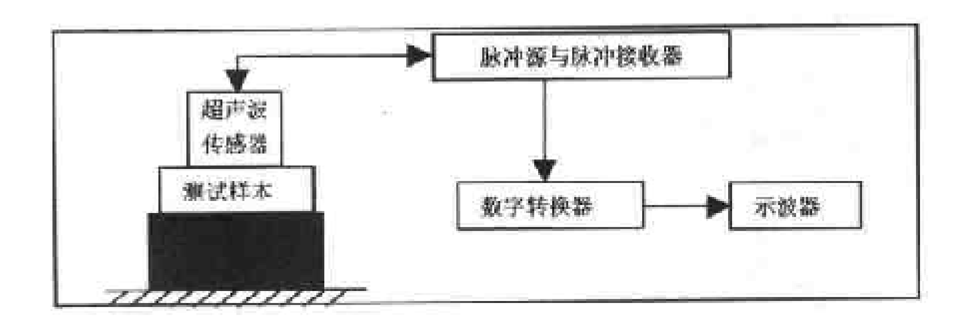


图 3-48 典型的超声波检测系统

考虑对铝锭中隐含的几何缺陷进行检测与分类，对两块铝锭的超声波探测信号进行分析，其中一块没有任何内部缺陷和损伤，另一块内部则存在“平顶缺陷”(flat top defect)。通常情况下，分辨材料中的平顶缺陷是相当困难的。图 3-49、3-50 给出了两块不同铝锭探伤回波信号的 Gabor 频谱图，图的下方为信号的时域波形图，右边为相应的频谱。可以看

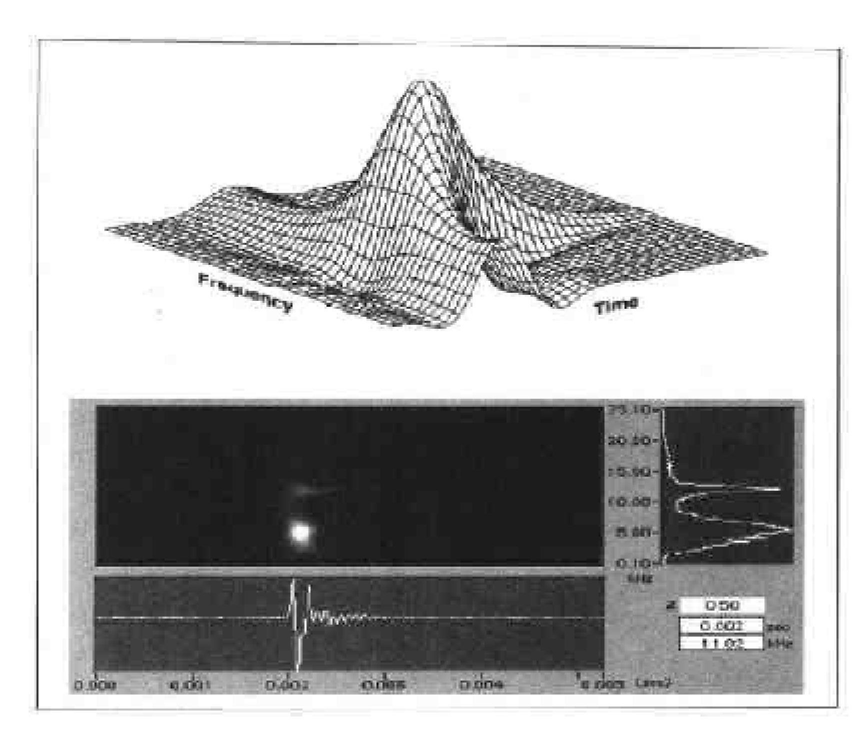


图 3－49　无缺陷铝锭的 Cabor 频谱图

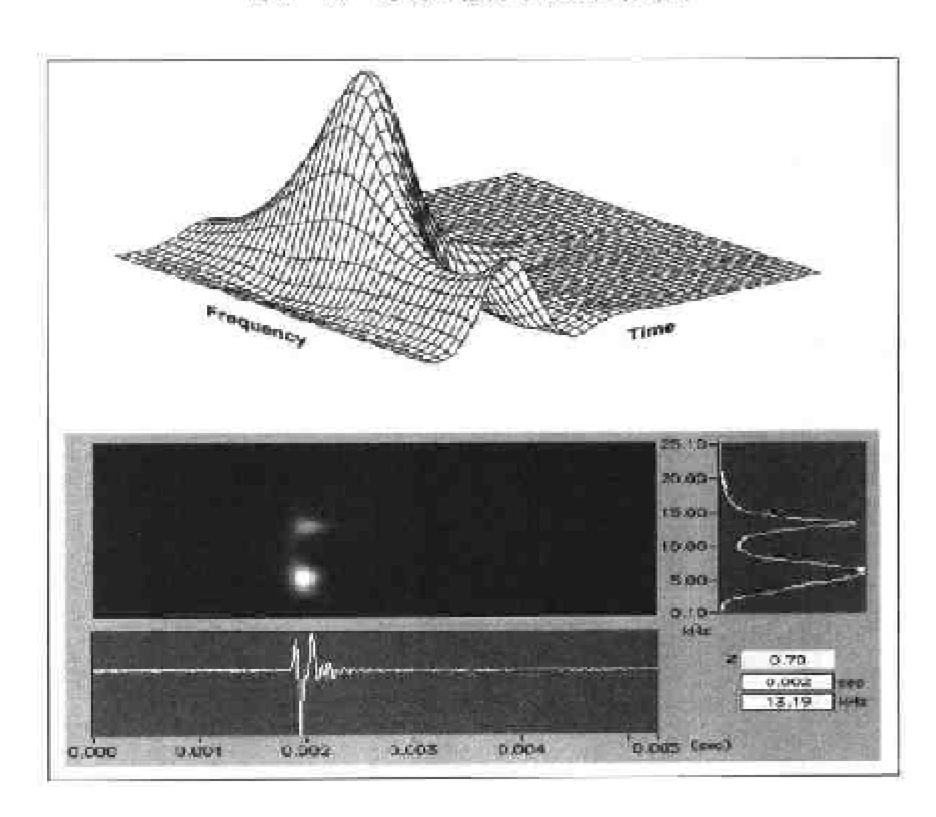


图 3－50　内部具有几何缺陷的铝锭的 Gabor 频谱图

出，仅仅从回波的时域波形或频谱得到的特征不能清楚地分辨出哪块铝锭有缺陷，哪块没有缺陷。中部和上面的图形分别为三阶 Gabor 频谱图的密度和三维表示，这两个图形可以清楚地区分出两块铝锭。无缺陷铝锭的回波以 12.5 MHz 的频率为中心，具有较窄的带宽

和较长的持续时间。较窄的带宽说明无缺陷铝锭的结构相对均匀，较长的持续时间则表明系统的共振频率与传感器中心频率很接近，因此衰减很小。虽然两图中整体能量几乎都集中于 15 MHz 的区域附近，但是两图的能量分布却有着明显的不同。这种观察结果对缺陷的分类无疑是很有价值的。

附录 A　MATLAB 命令参考

MATLAB 系统提供近 20 类基本命令函数，它们有一部分是 MATLAB 的内部命令，有一部分是以 M 文件形式出现的函数，这些 M 文件按类归于一子目录下，每个目录中除了以 M 文件表示的函数命令之外，还有一个特殊的文件 contents.m，它包含了该目录各个 M 文件的简介。每个函数文件中都包含了这一函数的用法指南，因此可用命令：

help fn

来显示有关函数 fn 的帮助信息(fn 为 M 文件名)，也可用命令：

help dn

来显示该目录下各函数文件的简要说明(dn 为目录名)。

由于篇幅所限，本附录不再列出各个函数的详细说明，用户可利用 help 命令获得这些信息，也可参看《MATLAB 程序设计语言》一书。

表 A.1 为 20 类基本命令函数的子目录及其含义，表 A.2～A.20 中列出了各类函数的简要说明，以供用户参考。

表 A.1　基本命令函数目录

目　录　名	命　令　函　数	索　　引
general	通用命令	表 A.2
ops	操作符和特殊字符	表 A.3
elfun	基本数学函数	表 A.4
specfun	特殊数学函数	表 A.5
elmat	基本矩阵和矩阵操作	表 A.6
specmat	特殊矩阵	表 A.7
matfun	矩阵函数——数值线性代数	表 A.8
sparfun	稀疏矩阵函数	表 A.9
datafun	数据分析和傅里叶变换函数	表 A.10
funfun	泛函——非线性数值方法	表 A.11
polyfun	多项式和内插函数	表 A.12
graphics	通用图形函数	表 A.13
plotxy	二维图形函数	表 A.14
plotxyz	三维图形函数	表 A.15
lang	语言结构和调试	表 A.16
color	颜色控制和亮度模型函数	表 A.17
strfun	字符串函数	表 A.18
sounds	音频处理函数	表 A.19
iofun	低级文件 I/O 函数	表 A.20
demos	演示例子	—

表 A.2　通 用 命 令

■ 管理命令和函数	
help	在线帮助文本
doc	装入超文本说明
what	M、MAT、MEX 文件的目录列表
type	列出 M 文件
lookfor	通过 help 条目搜索关键字
which	定位函数和文件
demo	运行演示程序
path	控制 MATLAB 的搜索路径
■ 管理变量和工作空间	
who	列出当前变量
whos	列出当前变量(长表)
load	从磁盘文件中恢复变量
save	保存工作空间变量
clear	从内存中清除变量和函数
pack	整理工作空间内存
size	矩阵的尺寸
length	向量的长度
disp	显示矩阵或文本
■ 与文件和操作系统有关的命令	
cd	改变当前工作目录
dir	目录列表
delete	删除文件
getenv	获取环境变量值
!	执行操作系统命令
unix	执行操作系统命令并返回结果
diary	保存 MATLAB 任务

续表

■ 控制命令窗口	
cedit	设置命令行编辑
clc	清命令窗口
home	光标置左上角
format	设置输出格式
echo	MATLAB文件内使用的回显命令
more	在命令窗口中控制分页输出
■ 启动和退出 MATLAB	
quit	退出 MATLAB
startup	引用 MATLAB 时所执行的 M 文件
matlabrc	主启动 M 文件
■ 一般信息	
info	MATLAB 系统信息及 Mathworks 公司信息
subscribe	成为 MATLAB 的订购用户
hostid	MATLAB 主服务程序的识别代号
whatsnew	在说明书中未包含的新信息
ver	版本信息

表 A.3　操作符和特殊字符

■ 操作符和特殊字符	
+	加
—	减
*	矩阵乘法
.*	数组乘法
^	矩阵幂
.^	数组幂
\	左除或反斜杠
/	右除或斜杠
./	数组除
kron	Kronecker 张量积
:	冒号

续表

■ 操作符和特殊字符	
()	圆括号
[]	方括号
.	小数点
..	父目录
...	继续
,	逗号
;	分号
%	注释
!	感叹号
'	转置或引用
=	赋值
==	相等
< >	关系操作符
&	逻辑与
|	逻辑或
~	逻辑非
xor	逻辑异或
■ 逻辑函数	
exist	检查变量或函数是否存在
any	向量的任一元为真，则其值为真
all	向量的所有元为真，则其值为真
find	找出非零元素的索引号
isnan	当含 NaN 时，其值为真
isinf	当含无限大元时，其值为真
finite	当含有限值元时，其值为真
isempt	当矩阵为空矩阵时，其值为真
isreal	当矩阵为实矩阵时，其值为真
issparse	当矩阵为稀疏矩阵时，其值为真
isstr	当矩阵为文本串时，其值为真
isglobal	当变量为全局变量时，其值为真

表 A.4　基本数学函数

■ 三角函数	
sin	正弦
sinh	双曲正弦
asin	反正弦
asinh	反双曲正弦
cos	余弦
cosh	双曲余弦
acos	反余弦
acosh	反双曲余弦
tan	正切
tanh	双曲正切
atan	反正切
atan2	四象限反正切
atanh	反双曲正切
sec	正割
sech	双曲正割
asec	反正割
asech	反双曲正割
csc	余割
csch	双曲余割
acsc	反余割
acsch	反双曲余割
cot	余切
coth	双曲余切
acot	反余切
acoth	反双曲余切
■ 指数函数	
exp	指数
log	自然对数
log10	常用对数
sqrt	平方根
■ 复数函数	
abs	绝对值
argle	相角
conj	复共轭
image	复数虚部
real	复数实部

续表

■ 数值函数	
fix	朝零方向取整
floor	朝负无穷大方向取整
ceil	朝正无穷大方向取整
round	朝最近的整数取整
rem	除后余数
sign	符号函数

表 A.5 特殊数学函数

besselj	第一类 Bessel(贝塞尔)函数
bessely	第二类 Bessel 函数
besseli	改进的第一类 Bessel 函数
besselk	改进的第二类 Bessel 函数
beta	β 类函数
betainc	非完全的 β 函数
betaln	β 函数的对数
ellipj	雅可比椭圆函数
ellipke	完全椭圆积分
erf	误差函数
erfc	互补误差函数
erfcx	比例互补误差函数
erfinv	逆误差函数
expint	指数积分函数
gamma	γ 函数
gcd	最大公约数
gammainc	非完全 γ 函数
lcm	最小公倍数
log2	分割浮点数
pow2	比例浮点数
rat	有理逼近
rats	有理输出
cart2pol	变卡笛尔坐标为极坐标
cart2sph	变卡笛尔坐标为球坐标
pol2cart	变极坐标为卡笛尔坐标
sph2cart	变球坐标为卡笛尔坐标

表 A.6 基本矩阵和矩阵操作

■ 基本矩阵	
zeros	零矩阵
ones	全"1"矩阵
eye	单位矩阵
rand	均匀分布的随机数矩阵
randn	正态分布的随机数矩阵
linspace	线性间隔的向量
logspace	对数间隔的向量
meshgrid	三维图形的 X 和 Y 数组
:	规则间隔的向量
■ 特殊变量和常数	
ans	当前的答案
eps	相对浮点精度
realmax	最大浮点数
realmin	最小浮点数
pi	圆周率值 3.141 592 653 589 7…
i, j	虚数单位
inf	无穷大
nan	非数值
flops	浮点运算次数
nargin	函数输入变量数
nargout	函数输出变量数
computer	计算机类型
isieee	当计算机采用 IEEE 算术标准时，其值为真
why	简明的答案
version	MATLAB 版本号
■ 时间和日期	
clock	墙上挂钟
cputime	CPU 时间(以秒为单位)
date	日历
etime	计时函数
tic	秒表开始执行
toc	秒表停止

续表

■ 矩阵操作	
diag	建立或提取对角阵
fliplr	矩阵作左右翻转
flipud	矩阵作上下翻转
reshape	改变矩阵大小
rot90	矩阵旋转 90°
tril	提取矩阵的下三角部分
triu	提取矩阵的上三角部分
:	矩阵的索引号，重新排列矩阵

表 A.7　特 殊 矩 阵

compan	友矩阵
gallery	几个小的测试矩阵
hadamard	Hadamard 矩阵
hankel	Hankel 矩阵
hilb	Hilbert 矩阵
invhilb	逆 Hilbert 矩阵
kron	Kronecker 张量积
magic	魔方矩阵
pascal	Pascal 矩阵
rosser	经典的对称特征值测试问题
toeplitz	Toeplitz 矩阵
vander	Vandermonde 矩阵
wilkinson	Wilkinson 特征值测试矩阵

表 A.8　矩阵函数－　数值线性代数

■ 矩阵分析	
cond	计算矩阵条件数
norm	计算矩阵或向量范数
rcond	Linpack 逆条件值估计
rank	计算矩阵秩
det	计算矩阵行列式值
trace	计算矩阵的迹
null	零矩阵
orth	正交化
rref	减缩行格式矩阵

续表

■ 线性方程	
\ 和 /	线性方程求解
chol	Cholesky 分解
lu	高斯消元法求系数阵
inv	矩阵求逆
qr	正交三角矩阵分解(简称 QR 分解)
qrdelete	从 QR 分解中消去一列
qrinsert	在 QR 分解中插入一列
nnls	非负最小二乘
pinv	矩阵伪逆
lscov	协方差已知的情况下最小二乘求解
■ 特征值和奇异值	
eig	求特征值和特征向量
poly	求特征多项式
polyeig	多项式特征值问题
hess	Hessberg 形式
qz	广义特征值
rsf2csf	变实分块对角阵为复对角形式
cdf2rdf	变复对角矩阵为实分块对角形式
schur	Schur 分解
balance	矩阵均衡处理以提高特征值精度
svd	奇异值分解
■ 矩阵函数	
expm	矩阵指数
expm1	实现 expm 的 M 文件
expm2	通过泰勒级数求矩阵指数
expm3	通过特征值和特征向量求矩阵指数
logm	矩阵对数
sqrtm	矩阵开平方根
funm	一般矩阵的计算

表 A.9　稀疏矩阵函数

函数	说明
■ **基本稀疏矩阵**	
speye	稀疏单位矩阵
sprandn	稀疏随机矩阵
sprandsym	对称的稀疏随机矩阵
spdiags	从对角阵中形成稀疏矩阵
■ **完全矩阵和稀疏矩阵之间变换**	
sparse	从非零元素及其序号中形成稀疏矩阵
full	变稀疏矩阵为完全矩阵
find	找出非零元素的序号
spconvert	稀疏矩阵外部结构的变换
■ **稀疏矩阵非零元素的处理**	
nnz	非零元素的数目
nonzeros	非零元素
nzmax	分配给非零元素的存储量
spones	用“1”取代非零元素
spalloc	为非零元素分配内存
issparse	当矩阵为稀疏矩阵时，其值为真
spfun	只对非零元素取函数
■ **显示稀疏矩阵**	
spy	显示稀疏结构
gplot	绘图
■ **排序算法**	
colmmd	列最小度
symmmd	最小对称度
symrcm	逆 Cathill - Mckee 序
colperm	基于非零元素按列排序
randperm	随机排列向量
dmperm	Dulmage - Mendelsohn 分解
■ **范数、条件数和秩**	
normest	2 范数估计
condest	1 范数条件估计
sprank	结构化秩
■ **树型操作**	
treelayout	显示一个或多个结构树
treeplot	画结构树
etree	求矩阵的消元树
etreeplot	画消元树图
■ **其它**	
symbfact	符号分解分析
spparms	为稀疏矩阵处理过程设置参数
spaugment	形成最小二乘增广系统

表 A.10　数据分析和傅里叶变换函数

函数	说明
■ 基本操作	
max	取最大分量
min	取最小分量
mean	求均值
median	求中值
std	求标准差
sort	按升序排列
sum	求各元素之和
prod	求各元素之积
cumsum	求元素累积和
cumprod	求元素累积积
trapz	利用梯形法计算数值积分
■ 有限差分	
diff	计算差分和近似微分
gradient	计算近似梯度
del2	5 点离散拉普拉斯变换
■ 向量操作	
cross	向量的矢量积
dot	向量的点积
■ 相关	
corrcoef	求相关系数
cov	求协方差矩阵
subspace	子空间之间的夹角
■ 滤波和卷积	
filter	一维数字滤波器
filter2	二维数字滤波器
conv	卷积和多项式乘法
conv2	二维卷积
deconv	反卷积和多项式除法
■ 傅里叶变换	
fft	离散傅里叶变换
fft2	二维离散傅里叶变换
ifft	离散逆傅里叶变换
ifft2	二维离散逆傅里叶变换
abs	取模(绝对值)
angle	取相角
unwrap	删除跨越 360°边界的相角
fftshift	将零点平移到频谱中心
cplxpair	将数值分类成复共轭对
nextpow2	最靠近 2 的幂次

表 A.11　泛函——非线性数值方法

ode23	低阶法求解常微分方程
ode23p	低阶法求解常微分方程并绘出结果图形
ode45	高阶法求解常微分方程
quad	低阶法计算数值积分
quad8	高阶法计算数值积分
fmin	单变量函数的极小化
fmins	多变量函数的极小化
fzero	找出单变量函数的零点
fplot	函数绘图

表 A.12　多项式和内插函数

■ 多项式	
roots	求多项式根
poly	构造具有指定根的多项式
polyval	多项式计算
polyvalm	带矩阵变量的多项式计算
residue	部分分式展开(留数计算)
polyfit	数据的多项式拟合
polyder	微分多项式
conv	多项式乘法
deconv	多项式除法
■ 数据内插	
interp1	一维数据内插(一维查表)
interp2	二维数据内插(二维查表)
interpft	利用 FFT 进行一维数据内插
griddata	数据网格
■ 样条内插	
spline	3 次样条数据内插
ppval	分段多项式计算

表 A.13　通用图形函数

■ 建立和控制图形窗口	
figure	建立图形(图形窗口)
gcf	获取当前图形的句柄
clf	消除当前图形
close	关闭图形
■ 建立和控制坐标系	
subplot	在标定位置上建立坐标系
axes	在任意位置上建立坐标系
gca	获取当前坐标系的句柄
cla	消除当前坐标系
axis	控制坐标系的刻度和形式
caxis	控制伪彩色坐标刻度
hold	保持当前图形
■ 句柄图形对象	
figure	建立图形窗口
axes	建立坐标系
line	建立曲线
text	建立文本串
patch	建立图形填充块
surface	建立曲面
image	建立图像
uicontrol	建立用户界面控制
uimenu	建立用户界面菜单
■ 句柄图形操作	
set	设置对象特性
get	获取对象特性
reset	重置对象特性
delete	删除对象
gco	获取当前对象的句柄
drawnow	填充未完成绘图事件
newplot	预测 NextPlot 性质的 M 文件
findobj	寻找指定特性值的对象

续表

■ 打印和存储	
print	打印图形或保存图形
printopt	配置本地打印机缺省值
orient	设置纸张取向
capture	屏幕抓取当前图形
■ 动画	
moviein	初始化动画帧内存
getframe	获取动画帧
movie	播放所记录的动画帧
■ 其它	
ginput	用鼠标输入图形
ishold	返回 Hold 状态
graymon	设置灰度显示器的图形缺省值
rbbox	涂抹块
rotate	沿指定方向旋转对象
terminal	设置图形终端类型
uiputfile	弹出保存文件的对话框
uigetfile	弹出询问文件名的对话框
whitebg	设置白色背景的图形窗口缺省值
zoom	二维图形的放大、缩小
waitforbuttonpress	在图形中等待按键/按钮
■ 用户界面工具	
dialog	主对话框建立 M 文件
figflag	当图形为当前显示时其值为真
layout	定义对话框布局参数
uiguide	关于用户界面约定/标准/建议的说明
■ 对话框	
errordlg	建立出错对话框
helpdlg	建立帮助对话框
questdlg	建立提问对话框
warndlg	建立警告对话框
■ 打印实用工具	
prtps	PostScript 打印机驱动程序
prtwin	MS Windows 驱动程序

表 A. 14　二维图形函数

■ 基本 X-Y 图形	
plot	线性图形
loglog	对数坐标图形
semilogx	半对数坐标图形(X 轴为对数坐标)
semilogy	半对数坐标图形(Y 轴为对数坐标)
fill	绘制二维多边形填充图
■ 特殊 X-Y 图形	
polar	极坐标图
bar	条形图
stem	离散序列图或杆图
stairs	阶梯图
errorbar	误差条图
hist	直方图
rose	角度直方图
compass	区域图
feather	箭头图
fplot	绘图函数
comet	星点图
■ 图形注释	
title	图形标题
xlabel	X 轴标记
ylabel	Y 轴标记
text	文本注释
gtext	用鼠标放置文本
grid	网格线

表 A.15　三维图形函数

■ 曲线和区域填充命令	
plot3	在三维空间中绘制曲线和点
fill3	在三维空间中绘制并填充三维多边形
comet3	三维星点图
■ 三维数据的等高线和其它二维图形	
contour	等高线图
contour3	三维等高线图
clabel	在等高线图上标注高度
contourc	等高线图计算
pcolor	伪彩色图
quiver	箭头图
■ 曲面和网格图形	
mesh	三维网格曲面
meshc	网格和等高线混合图形
meshz	带零平面的三维网格图
surf	三维曲面阴影图
surfc	曲面和等高线混合图形
surfl	带亮度的三维曲面阴影图
waterfall	落差图
■ 立体可视化	
slice	立体可视图
■ 图形外形	
view	指定三维图形视点
viewmtx	显示变换矩阵
hidden	设置网格消隐方式
shading	彩色阴影方式
axis	坐标轴刻度和外形
caxis	伪彩色坐标轴刻度
colormap	颜色对照表
■ 图形注释	
title	图形标题
xlable	X 轴标记
ylable	Y 轴标记
zlable	Z 轴标记
text	文本注释
gtext	用鼠标放置文本
grid	网格线
■ 三维对象	
cylinder	产生圆柱体
sphere	产生球

表 A.16 语言结构和调试

■ MATLAB 编程语言	
script	有关 MATLAB 的底稿文件和 M 文件的说明
function	增加新的函数
eval	执行由 MATLAB 表达式构成的字串
feval	执行由字串指定的函数
global	定义全局变量
nargchk	有效的输入变量数
lasterr	保持出错信息
■ 程序控制流	
if	条件执行语句
else	与 if 命令配合使用
elseif	与 if 命令配合使用
end	for，while 和 if 语句的结束
for	重复执行指定次数(循环)
while	重复执行不定次数(循环)
break	终止循环的执行
return	返回引用的函数
error	显示信息并终止函数执行
■ 交互输入	
input	提示用户输入
keyboard	像底稿文件一样使用键盘输入
menu	产生由用户输入选择的菜单
pause	等待用户响应
uimenu	建立用户界面菜单
uicontrol	建立用户界面控制
■ 调试命令	
dbstop	设置断点
dbclear	删除断点
dbcont	继续执行
dbdown	改变局部工作空间的内容
dbstack	列出调用者
dbstatus	列出所有断点
dbstep	执行一条或多条语句
dbtype	带行号列出 M 文件
dbup	改变局部工作空间的内容
dbquit	退出调试状态
mexdebug	调试 MEX 文件

表 A. 17　颜色控制和亮度模型函数

■ 颜色控制	
colormap	颜色对照表
caxis	伪彩色坐标轴刻度
shading	彩色阴影方式
■ 颜色板	
hsv	色彩—饱和度颜色板
gray	线性灰度颜色板
hot	黑—红—黄—白颜色板
cool	深蓝深红阴影颜色板
bone	以蓝色为基调的灰度颜色板
copper	线性青铜色调的颜色板
pink	线性粉红阴影颜色板
prism	光谱颜色板
jet	hsv 颜色板的变型
flag	红、白、蓝、黑交替的颜色板
■ 颜色板相关函数	
colorbar	显示颜色条
hsv2rgb	变 HSV 为 RGB 3 色
rgb2hsv	变 RGB 为 HSV
contrast	变灰度颜色板为增强图像对比
brighten	颜色板加亮或变暗
spinmap	颜色板旋转
rgbplot	颜色板绘图
■ 加亮模式	
surfl	带亮度的三维曲面阴影图
specular	镜面反射
diffuse	漫反射
surfnorm	曲面法线

表 A.18 字符串函数

■ 一般函数	
strings	MATLAB 中有关字符串函数的说明
abs	变字符串为数值
setstr	变数值为字符串
isstr	当变量为字符串时其值为真
blanks	空串
deblank	删除尾部的空串
str2mat	从各个字符串中形成文本矩阵
eval	执行由 MATLAB 表达式组成的串
■ 字符串比较	
strcmp	比较字符串
findstr	在一字符串中查找另一子串
upper	变字符串为大写
lower	变字符串为小写
isletter	当变量为字母时，其值为真
isspace	当变量为空白字符时，其值为真
strrep	取代字符串
strtok	在字符串中查找标记
■ 字符串与数值之间变换	
num2str	变数值为字符串
int2str	变整数为字符串
str2num	变字符串为数值
sprintf	变数值为格式控制下的字符串
sscanf	变字符串为格式控制下的数值
■ 十进制数与十六进制数之间变换	
hex2num	变十六进制数为 IEEE 标准下的浮点数
hex2dec	变十六进制数为十进制数
dec2hex	变十进制数为十六进制数

表 A.19　音频处理函数

■ 一般音频函数	
sound	变向量为音频信号
saxis	音频轴刻度
■ 特定计算机音频函数	
auwrite	按 Wu－law 编码写音频文件
auread	按 Wu－law 编码读音频文件
wavwrite	写 MS Windows 的 .WAV 音频文件
wavread	读 MS Windows 的 .WAV 音频文件
mu2lin	变 Wu－law 编码音频信号为线性音频信号
lin2mu	变线性音频信号为 Wu－law 编码音频信号

表 A.20　低级文件 I/O 函数

■ 打开和关闭文件	
fopen	打开文件
fclose	关闭文件
■ 未格式化 I/O	
fread	从文件读二进制数据
fwrite	二进制数据写入到文件
■ 格式化 I/O	
fscanf	从文件中读格式化的数据
fprintf	将格式化数据写入到文件
fgetl	从文件中读行，并丢弃换行符
fgets	从文件中读行，并保持换行符
■ 文件定位	
ferror	查询文件 I/O 出错状态
feof	测试文件尾
fseek	设置文件位置指针
ftell	获取文件位置指针
frewind	反绕文件
■ 字符串变换	
sprintf	将格式化数据写到字符串
sscanf	从格式化字符串中读取

续表

■ 文件 I/O	
wk1const	WK1 记录定义
wk1read	读 WK1 文件
wk1write	在 WK1 格式化文件中写矩阵
wk1wrec	写 WK1 记录头
csvread	从逗号间隔的格式化文件中读一矩阵
csvwrite	写一矩阵到逗号间隔的格式化文件中
dlmread	从以 ASCII 码限界的文件中读一矩阵
dlmwrite	按 ASCII 码限界的文件格式写一矩阵

附录 B Toolbox 函数

MATLAB 系统提供了许多 Toolbox(工具箱)，而且由于 MATLAB 的可扩充性，Toolbox 的数目与日俱增，这里仅列出一些基本的工具箱函数，以备用户查阅。

表 B.1 为本附录所列出的 Toolbox。表 B.2～B.11 为各个 Toolbox 所提供的工具函数。

表 B.1 MATLAB 提供的部分 Toolbox

目录名	工具箱名称	索引
local	局部函数库	表 B.2
signal	信号处理	表 B.3
image	图像处理	表 B.4
control	控制系统	表 B.5
ncd	非线性控制设计	表 B.6
robust	鲁棒控制	表 B.7
ident	系统辨识	表 B.8
optim	最优化	表 B.9
nnet	神经网络	表 B.10
fuzzy	模糊系统	表 B.11

表 B.2 局部函数库

matlabrc	MATLAB 的主启动 M 文件
printopt	设置打印选项

表 B.3 信号处理工具箱

■ 波形产生	
sawtooth	产生锯齿波或三角波
square	产生方波
sinc	产生 sinc 或 $\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$ 函数
diric	产生 Dirichlet 或周期 sinc 函数

续表

■ 滤波器分析和实现	
abs	取绝对值(幅值)
angle	取相角
conv	求卷积
fltfilt	重叠相加法 FFT 滤波器实现
filter	直接滤波器实现
filtfilt	零相位数字滤波
filtic	filter 函数初始条件选择
freqs	模拟滤波器频率响应
freqspace	频率响应中的频率间隔
freqz	数字滤波器频率响应
grpdelay	平均滤波延迟(群延迟)
impz	数字滤波器的冲激响应
zplane	离散系统零极点图
■ 线性系统变换	
convmtx	卷积矩阵
poly2rc	从多项式系数中计算反射系数
rc2poly	从反射系数中计算多项式系数
residuez	Z 变换部分分式展开或留数计算
sos2ss	变系统二阶分割形式为状态空间形式
sos2tf	变系统二阶分割形式为传递函数形式
sos2zp	变系统二阶分割形式为零极点增益形式
ss2sos	变系统状态空间形式为二阶分割形式
ss2tf	变系统状态空间形式为传递函数形式
ss2zp	变系统状态空间形式为零极点增益形式
tf2ss	变系统传递函数形式为状态空间形式
tf2zp	变系统传递函数形式为零极点增益形式
zp2sos	变系统零极点增益形式为二阶分割形式
zp2ss	变系统零极点增益形式为状态空间形式
zp2tf	变系统零极点增益形式为传递函数形式

续表

■ IIR 滤波器设计	
besself	Bessel(贝塞尔)模拟滤波器设计
butter	Butterworth(巴特沃斯)滤波器设计
cheby1	Chebyshev(切比雪夫)Ⅰ型滤波器设计
cheby2	Chebyshev(切比雪夫)Ⅱ型滤波器设计
ellip	椭圆滤波器设计
yulewalk	递归数字滤波器设计
■ IIR 滤波器阶的选择	
buttord	Butterworth 滤波器阶的选择
cheb1ord	Chebyshev Ⅰ型滤波器阶的选择
cheb2ord	Chebyshev Ⅱ型滤波器阶的选择
ellipord	椭圆滤波器阶的选择
■ FIR 滤波器设计	
fir1	基于窗函数的 FIR 滤波器设计——标准响应
fir2	基于窗函数的 FIR 滤波器设计——任意响应
firls	最小二乘 FIR 滤波器设计
intfilt	内插 FIR 滤波器设计
remez	Parks - McCellan 最优 FIR 滤波器设计
remezord	Parks - McCellan 最优 FIR 滤波器阶估计
■ 变换	
czt	线性调频 Z 变换
dct	离散余弦变换(DCT)
idct	逆离散余弦变换
dftmtx	离散傅里叶变换矩阵
fft	一维快速傅里叶变换
ifft	一维逆快速傅里叶变换
fftshift	重新排列 FFT 的输出
hilbert	Hilbert(希尔伯特)变换
■ 统计信号处理	
cov	协方差矩阵
xcov	互协方差函数估计
corrcoef	相关系数矩阵
xcorr	互相关函数估计
cohere	相关函数平方幅值估计
csd	互谱密度(CSD)估计
psd	信号功率谱密度(PSD)估计
tfe	从输入输出中估计传递函数

续表

■ 窗函数	
boxcar	矩形窗
triang	三角窗
bartlett	Bartlett(巴特利特)窗
hamming	Hamming(哈明)窗
hanning	Hanning(汉宁)窗
blackman	Blackman(布莱克曼)窗
chebwin	Chebyshev 窗
kaiser	Kaiser 窗
■ 参数化建模	
invfreqs	模拟滤波器拟合频率响应
invfreqz	离散滤波器拟合频率响应
prony	利用 Prony 方法的离散滤波器拟合时间响应
stmcb	利用 Steiglitz - McBride 迭代方法求线性模型
levinson	Levinson - Durbin 递归算法
lpc	线性预测系数
■ 特殊操作	
rceps	实倒谱和最小相位重构
cceps	倒谱分析和最小相位重构
decimate	降低序列的取样速率
interp	提高取样速率(内插)
resample	改变取样速率
medfilt1	一维中值滤波
deconv	反卷积和多项式除法
modulate	通讯仿真中的调制
demod	通讯仿真中的解调
vco	电压控制振荡器
specgram	频谱分析
■ 模拟原型滤波器设计	
besselap	Bessel 模拟低通滤波器原型
buttap	Butterworth 模拟低通滤波器原型
cheb1ap	Chebyshev I 型模拟低通滤波器原型
cheb2ap	Chebyshev II 型模拟低通滤波器原型
ellipap	椭圆模拟低通滤波器原型

续表

■ 频率变换	
lp2bp	低通到带通模拟滤波器变换
lp2hp	低通到高通模拟滤波器变换
lp2bs	低通到带阻模拟滤波器变换
lp2lp	低通到低通模拟滤波器变换
■ 滤波器离散化	
bilinear	双线性变换
impinvar	冲激响应不变法实现模拟到数字的滤波器变换
■ 其它	
conv2	二维卷积
cplxpair	将复数归成复共轭对
detrend	删除线性趋势
fft2	二维快速傅里叶变换
ifft2	二维逆快速傅里叶变换
filter2	二维数字滤波器
polystab	稳定多项式
xcorr2	二维互相关

表 B.4　图像处理工具箱

■ 图像输入/输出	
bmpread	从磁盘中读 BMP(Microsoft Windows 下的位图)文件
bmpwrite	将一 BMP 文件写入到磁盘
gifread	从磁盘中读 GIF 文件
gifwrite	将 GIF 文件写入磁盘
hdfpeek	在 HDF 文件中列出目标标记/参考对
hdfread	从 HDF 文件中读取数据
hdwrite	写数据到 HDF 文件中
pcxread	从磁盘中读 PCX 文件
pcxwrite	将 PCX 文件写入磁盘
tiffread	从磁盘中读 TIFF 文件
tiffwrite	将 TIFF 文件写入磁盘
xwdread	从磁盘中读 XWD 文件
xwdwrite	将 XWD 文件写入磁盘

续表

■ 实用程序	
getimage	从坐标系中读取图像数据
isbw	当图像为黑白图像时，其值为真
isgray	当图像为灰度图像时，其值为真
isind	当图像为加标图像时，其值为真
■ 颜色操作	
brighten	加亮或增暗一颜色板
cmunique	寻找唯一的颜色板及相应的图像
cmpermute	置换颜色板位置
cmgamma	γ 校正颜色板
cmgamdef	缺省的 γ 校正表
dither	Floyd－Steinberg 图像颤抖算法
hsv2rgb	变 HSV 值为 RGB 颜色空间
imadjust	调整并增强图像强度
imapprox	利用更少颜色的图像逼近加标图像
ntsc2rgb	变 NTSC 值为 RGB 颜色空间
rgb2gray	变 RGB 值为灰度值
rgb2hsv	变 RGB 值为 HSV 颜色空间
rgb2ntsc	变 RGB 值为 NTSC 颜色空间
rgbplot	绘制 RGB 颜色板分量的图形
■ 几何操作	
imcrop	修剪图像
imresize	改变图像大小
imrotate	旋转图像
truesize	改变图像大小使之具有实际尺寸
imzoom	放大或缩小图像和二维图形
■ 图像增强/分析	
brighten	增强成削弱颜色板
grayslice	密度(强度)限幅
histeq	直方图均衡化
imadjust	调整和展宽图像强度
imapprox	利用较少颜色的图像逼近图像
imhist	图像直方图
impixel	一像素点的颜色
improfile	轮廓强度
interp2	二维数据内插

续表

■ 图像统计	
mean2	矩阵的均值
corr2	二维相关系数
std2	二维标准差
■ 形态操作	
bwarea	二进制图像中的目标区域
dilate	加浓二进制图像
erode	冲淡二进制图像
edge	边界提取
bweuler	欧拉数
bwmorph	形态算子
bwperim	二进制图像中目标的周长
■ FIR(有限冲激响应)滤波器设计	
fsamp2	通过频率取样的二维 FIR 滤波器设计
fspecial	特殊的二维滤波器
ftrans2	通过频率变换的二维 FIR 滤波器设计
fwind1	使用一维窗函数的 FIR 滤波器设计
fwind2	使用二维窗函数的 FIR 滤波器设计
imnoise	图像噪声
■ 频率响应	
freqspace	二维频率响应的频率空间
freqz2	二维频率响应
■ 滤波	
colfilt	局部非线性滤波
conv2	二维卷积
filter2	二维滤波
medfilt2	二维中值滤波
mfilter2	屏蔽滤波
nlfilter	局部非线性滤波
wiener2	自适应二维维纳滤波
■ 分块处理	
bestblk	分块处理的最佳块大小
blkproc	按块处理一副图像
col2im	重新排列以形成图像
colfilt	局部非线性滤波
im2col	重新排列成列

续表

■ 个别区域	
mfilter2	屏蔽滤波
roipoly	定义感兴趣的多边区域
roicolor	用颜色定义感兴趣的区域
■ 变换	
dct2	二维离散余弦变换
fft2	二维快速傅里叶变换
fftshift	零频移到频谱中心
idct2	二维逆离散余弦变换
ifft2	二维逆快速傅里叶变换
radon	Radon 变换
■ 转换	
dither	Floyd - Steinberg 图像颤抖
gray2ind	变灰度图像为附标图像
hsv2rgb	变 HSV 值为 RGB 值
im2bw	变图像为黑白图形
imslice	在图像中获取/置入图像块
ind2gray	变附标图像为灰度图像
ind2rgb	变附标图像为 RGB 图像
mat2gray	变矩阵为(灰度)图像
ntsc2rgb	变 NTSC 值为 RGB 值
rgb2gray	变 RGB 图像或值为灰度图像或值
rgb2hsv	变 RGB 值为 HSV 值
rgb2ind	变 RGB 图像为附标图像
rgb2ntsc	变 RGB 值为 NTSC 值
■ 图像显示	
colorbar	显示颜色条
colormap	设置或获取颜色查找表
gray	线性灰度颜色板
hsv，hot，jet	颜色板
image	显示附标图像
imagesc	数据定标并按图像显示
imcontour	绘制图像等高线
immovie	制作图像动画
imshow	显示所有类型的图像数据
montage	按矩形剪辑方式显示图像
subimage	显示多个图像
warp	将图像卷成曲面

续表

■ 演示	
imdemo	一般图像处理演示
dctdemo	二维离散余弦变换图像压缩演示
firdemo	二维 FIR 滤波器演示
nlfdemo	二维非线性滤波演示
■ 专用函数	
cumsum3d	三维矩阵封装成二维矩阵时的累积和
dct	一维离散余弦变换
dctmtx2	一元二维离散余弦变换矩阵
ditherc	图像颤抖的 MEX 文件
elem3d	三维矩阵封装成二维矩阵的元素位置
getline	利用橡皮线跟踪鼠标移动
getpts	利用可视点跟踪鼠标移动
getrect	利用橡皮矩形跟踪鼠标移动
gif	压缩 GIF 数据
hdfreadc	读 HDF 文件的 MEX 文件
hdfpeekc	搜索 HDF 文件的 MEX 文件
hdfwc	写 HDF 文件的 MEX 文件
idct	一维逆离散余弦变换
im2gray	变图像为灰度
imhistc	图像直方图计算的 MEX 文件
ndx3d	三维矩阵封装成二维矩阵的索引
rgb2im	变 RGB 图像为附标或强度图像
rle	压缩编码数据
tiff	压缩 tiff 编码数据
vmquant	与彩色量化 MEX 文件接口的 M 文件
waitbar	显示等待条
■ MAT 文件	
bwmorph. mat	bwmorph. m 文件的查找表
forest. mat	Carmanah Old Growth Forest 的扫描相片
mri. mat	人体心脑的磁性共振图像
trees. mat	树的扫描图像

表 B.5　控制系统工具箱

■ 建模	
append	追加系统动态特性
augstate	变量状态作为输出
blkbuild	从方框图中构造状态空间系统
cloop	系统的闭环
connect	方框图建模
conv	两个多项式的卷积
destim	从增益矩阵中形成离散状态估计器
dreg	从增益矩阵中形成离散控制器和估计器
drmodel	产生随机离散模型
estim	从增益矩阵中形成连续状态估计器
feedback	反馈系统连接
ord2	产生二阶系统的 A、B、C、D
pade	时延的 Pade 近似
parallel	并行系统连接
reg	从增益矩阵中形成连续控制器和估计器
rmodel	产生随机连续模型
series	串行系统连接
ssdelete	从模型中删除输入、输出成状态
ssselect	从大系统中选择子系统
■ 模型变换	
c2d	变连续系统为离散系统
c2dm	利用指定方法变连续为离散系统
c2dt	带一延时变连续为离散系统
d2c	变离散为连续系统
d2cm	利用指定方法变离散为连续系统
poly	变根值表示为多项式表示
residue	部分分式展开
ss2tf	变状态空间表示为传递函数表示
ss2zp	变状态空间表示为零极点表示
tf2ss	变传递函数表示为状态空间表示
tf2zp	变传递函数表示为零极点表示
zp2tf	变零极点表示为传递函数表示
zp2ss	变零极点表示为状态空间表示
■ 模型简化	
balreal	平衡实现
dbalreal	离散平衡实现
dmodred	离散模型降阶
minreal	最小实现和零极点对消
modred	模型降阶

续表

■ 模型实现	
canon	正则形式
ctrbf	可控阶梯形
obsvf	可观阶梯形
ss2ss	采用相似变换
■ 模型特性	
covar	相对于白噪声的连续协方差响应
ctrb	可控性矩阵
damp	阻尼系数和固有频率
dcgain	连续稳态(直流)增益
dcovar	相对于白噪声的离散协方差响应
ddamp	离散阻尼系数和固有频率
ddcgain	离散稳态(直流)增益
dgram	离散可控性和可观性
dsort	按幅值排序离散特征值
eig	特征值和特征向量
esort	按实部排序连续特征值
gram	可控性和可观性
obsv	可观性矩阵
printsys	按格式显示系统
roots	多项式之根
tzero	传递零点
tzero2	利用随机扰动法传递零点
■ 时域响应	
dimpulse	离散时间单位冲激响应
dinitial	离散时间零输入响应
dlsim	任意输入下的离散时间仿真
dstep	离散时间阶跃响应
filter	单输入单输出 Z 变换仿真
impulse	冲激响应
initial	连续时间零输入响应
lsim	任意输入下的连续时间仿真
ltitr	低级时间响应函数
step	阶跃响应
stepfun	阶跃函数

续表

■ 频域响应	
bode	Bode(波特)图(频域响应)
dbode	离散 Bode 图
dnichols	离散 Nichols 图
dnyquist	离散 Nyquist 图
dsigma	离散奇异值频域图
fbode	连续系统的快速 Bode 图
freqs	拉普拉斯变换频率响应
freqz	Z 变换频率响应
ltifr	低级频率响应函数
margin	增益和相位裕度
nichols	Nichols 图
ngrid	画 Nichols 图的栅格线
nyquist	Nyquist 图
sigma	奇异值频域图
■ 根轨迹	
pzmap	零极点图
rlocfind	交互式地确定根轨迹增益
rlocus	画根轨迹
sgrid	在 ω_n、z 网格上画连续根轨迹
zgrid	在 ω_n、z 网格上画离散根轨迹
■ 增益选择	
acker	单输入、单输出根点配置
dlqe	离散线性二次估计器设计
dlqew	离散线性二次估计器设计
dlqr	离散线性二次调节器设计
dlqry	输出加权的离散调节器设计
lqe	线性二次估计器设计
lqed	基于连续代价函数的离散估计器设计
lqe2	利用 Schur 法设计线性二次估计器
lqew	一般线性二次估计器设计
lqr	线性二次调节器设计
lqrd	基于连续代价函数的离散调节器设计
lqry	输出加权的调节器设计
lqr2	利用 Schur 法设计线性二次调节器
place	极点配置
■ 方程求解	
are	代数 Riccati 方程求解
dlyap	离散 Lyapuhov 方程求解
lyap	连续 Lyapunov 方程求解
lyap2	利用对角化求解 Lyapunov 方程

续表

■ 演示示例	
ctrldemo	控制工具箱介绍
boildemo	锅炉系统的 LQG 设计
jetdemo	喷气式飞机偏航阻尼的典型设计
diskdemo	硬盘控制器的数字控制
kalmdemo	Kalman 滤波器设计和仿真
■ 实用工具	
abcdchk	检测(A，B，C，D)组的一致性
chop	取 n 个重要的位置
dexresp	离散取样响应函数
dfrqint	离散 Bode 图的自动定范围的算法
dfrqint2	离散 Nyquist 图的自动定范围的算法
dmulresp	离散多变量响应函数
dists1	到直线间的距离
dric	离散 Riccati 方程留数计算
dsigma2	DSIGMA 实用工具函数
dtimvec	离散时间响应的自动定范围算法
exresp	取样响应函数
freqint	Bode 图的自动定范围算法
freqint2	Nyquist 图的自动定范围算法
freqresp	低级频率响应函数
givens	旋转
housh	构造 Householder 变换
imargin	利用内插技术求增益和相位裕度
lab2ser	变标号为字符串
mulresp	多变量响应函数
nargchk	检测 M 文件的变量数
perpxy	寻找最近的正交点
poly2str	变多项式为字符串
printmat	带行列号打印矩阵
ric	Riccati 方程留数计算
schord	有序 Schwr 分解
sigma2	SIGMA 实用工具函数
tfchk	检测传递函数的一致性
timvec	连续时间响应的自动定范围算法
tzreduce	在计算过零点时简化系统
vsort	匹配两根轨迹的向量

表 B.6　非线性控制设计工具箱

■ 对话框管理	
coneddlg	管理 NCD 工具箱固定编辑器的对话框
paramdlg	管理 NCD 优化参数的对话框
rangedlg	管理坐标系范围的对话框
refdlg	管理 NCD 参考信号的对话框
stepdlg	管理 NCD 阶跃响应的对话框
uncerdlg	管理 NCD 不确定变量的对话框
■ 主要界面	
contrncd	建立 NCD 固定图形的用户界面控制
menuncd	建立 NCD 固定图形的用户界面菜单
ncdblock	包含 NCD 框图的 SIMULINK 系统
optblock	打开一个 NCD 图形的底稿文件
optfig	建立一个 NCD 固定图形
■ 主要优化	
costfun	NCD 优化的代价函数
nlinopt	执行优化算法
■ 演示示例	
ncddemo	包含所有 NCD 演示示例的 SIMULINK 系统
ncddemo1	PID 控制器
ncddemo2	带前馈控制器的 LQR
ncddemo3	多输入多输出的 PI 控制器
ncddemo4	倒摆演示
■ 教程	
ncdtut1	控制设计示例
ncdtut2	系统辨识示例
■ 用户界面工具	
dialog	主对话框建立 M 文件
errordlg	建立出错对话框
figflag	当图形显示在当前屏幕上时，其值为真
helpdlg	显示一个帮助对话框
layout	定义对话框布局参数的底稿文件
questdlg	建立提问对话框
uiguide	有关用户界面约定/标准/建议的说明
warndlg	建立警告对话框

续表

■ 演示和教程实用工具	
ncd1init	为 ncddemo1 的优化进行设置
ncd2init	为 ncddemo2 的优化进行设置
ncd3init	为 ncddemo3 的优化进行设置
ncd4init	为 ncddemo4 的优化进行设置
penddata	为 ncdtut2(即倒摆)进行设置
■ 界面实用工具	
curobj	提供有关当前点的信息
dividecb	将边界分为两部分
delline	从 NCD 图中删除所有的图
donep	收回 Close 按钮和菜单
errorncd	管理 NCD 产生的常见错误，它调用 errordlg(出错对话框)
fillaxes	建立约束边界并进行数据检测
forceit	在已存在的界限内插入一子集
keyncd	NCD 按键函数
loadncd	装入并显示 NCD 数据
makesurf	建立并限界曲面
snapncd	以 22.5°间隔排出约束条
refresho	使约束矩阵与图形一致
saveload	当文件是从 SelectFile 中选择时，其值为真
texted	收回 Port 可编辑的文本
undoncd	放弃上次 NCD 图形用户界面的操作
updatdlg	更新 NCD 对话框
■ 最优化实用工具	
convertm	变约束矩阵为最优化格式
minipars	NCD 最小化分析
montevar	初始化 Monte Carlo 仿真
ncdglob	定义 NCD 全局变量
str2mat2	变一行字符串为多行字符串
■ 帮助文本文件(以.HLP 为扩展名)	
hotkey	热键帮助
mainncd	一般 NCD 帮助
paramdlg	最优化参数对话框的帮助
readncd	与 README.M 文件内容相同
stepdlg	阶跃响应对话框的帮助
uncerdlg	不确定性变量对话框的帮助

表 B.7　鲁棒控制工具箱

■ 可选系统数据结构	
branch	从树中提取一分支
graft	在树中增加一分支
issystem	辨识一系统变量
istree	辨识一树型变量
mksys	为系统建立树变量
tree	建立树变量
vrsys	返回标准系统变量名
■ 建模	
augss	系统增广(状态空间模型)
augtf	系统增广(传递函数模型)
interc	一般多变量内连系统
■ 模型转换	
bilin	多变量双线性变换
des2ss	利用矩阵奇异值分解，变描述性系统为状态空间系统
lftf	线性分式变换
sectf	扇形变换
stabproj	稳定和逆稳定映射
slowfast	慢/快分解
tfm2ss	变传递函数模型为状态空间模型
■ 实用工具	
aresolv	广义连续时间 Riccati 方程求解
daresolv	广义离散时间 Riccati 方程求解
riccond	连续时间 Riccati 方程的条件数
driccond	离散时间 Riccati 方程的条件数
blkrsch	通过 cschur 得到块有序实 Schur 形式
cschur	通过复旋转得有序复 Schur 形式
■ 多变量 Bode 图	
cgloci	连续特性增益轨迹
dcgloci	离散特性增益轨迹
dsigma	离散奇异值 Bode 图
muopt	具有实/复数混合不确定性系统的 SSV(结构化奇异值)上界
osborne	通过 Osborne 法求得的 SSV 上界
perron	计算 Perron 特征值
psv	Perron 特征结构的 SSV
sigma	连续奇异值 Bode 图
ssv	结构化奇异值 Bode 图

续表

■ 因子分解技术	
iofc	内外因子分解(列类型)
iofr	内外因子分解(行类型)
sfl	左边频谱分解
sfr	右边频谱分解
■ 模型简化方法	
balmr	截断均衡模型简化
bstschml	相对误差 Schur 模型简化
bstschmr	相对误差 Schur 模型简化
imp2ss	从脉冲响应到状态空间实现
obalreal	有序均衡实现
ohklmr	最优 Hankel 极小化逼近
rschur	Schur 模型简化
■ 鲁棒控制综合方法	
h2lqg	连续时间 H_2 综合
dh2lqg	离散时间 H_2 综合
hinf	连续时间 H_∞ 综合
dhinf	离散时间 H_∞ 综合
hinfopt	H_∞ 综合的 γ 迭代
normh2	计算 H_2 范数
normhinf	计算 H_∞ 范数
lqg	LQG 最优控制综合
ltru	LQG 闭环传递补偿
ltry	LQG 闭环传递补偿
youla	Youla 参数化
■ 演示示例	
accdemo	弹簧质量标准问题
dintdemo	双积分器系统的 H_∞ 设计
hinfdemo	飞机或大型空间结构的 H_2 或 H_∞ 设计示例
ltrdemo	LQR/LTR 设计示例：飞机
mudemo	μ 综合示例
mudemo1	μ 综合示例
mrdemo	鲁棒模型简化示例
rctdemo	鲁棒控制工具箱演示——主菜单

表 B.8　系统辨识工具箱

■ 仿真和预测	
idsim	仿真一给定的系统
pe	计算预测误差
poly2th	从给定的多项式中构造 Θ 矩阵
predict	M 步超前预测
■ 数据处理	
dtrend	从数据集中删除方位
idfilt	通过 Butterworth 滤波器对数据进行滤波
■ 非参数化估计	
covf	估计数据矩阵的协方差矩阵
cra	相关分析
etfe	估计经验传递函数并计算周期图
spa	频谱分析
■ 参数估计	
ar	利用各种方法的 AR 信号模型
armax	ARMAX 模型预测误差估计
arx	ARX 模型的最小二乘估计
bj	Box－Jenkins 模型的预测误差估计
canstart	具有初值参数估计的多变量模型
ivar	时间序列的 AR 部分的仪器 IV 估计
ivx	单输出 ARX 模型的仪器可变估计
iv4	ARX 模型近似最优的 IV 估计
oe	输出误差模型的预测误差估计
pem	一般线性模型的预测误差估计
■ 建立模型结构	
arx2th	ARX 模型的 Θ 格式
canform	正则形模型结构
mf2th	将用户定义的模型结构封装入 Θ 模型格式中
modstruc	在 ms2th 函数中使用的模型结构
ms2th	将标准状态空间参数封装入 Θ 格式中
poly2th	从给定多项式中产生 Θ 矩阵

续表

■ 处理模型结构	
fixpar	在状态空间和 ARX 模型结构中，找出要修正的参数
sett	在 Θ 结构中设置取样间隔
thinit	参数的(随机)初始值
unfixpar	在状态空间和 ARX 模型结构中，放松参数
■ 模型变换	
th2arx	变 Θ 格式模型为 ARX 模型
th2ff	求模型的频率响应及标准偏差
th2par	变 Θ 格式为参数和协方差阵
th2poly	求给定模型相应的多项式
th2ss	变 Θ 格式为状态空间表示
th2tf	变 Θ 格式为传递函数表示
th2zp	求零极点、静态增益和标准偏差
thc2thd	变连续时间模型为离散时间模型
thd2thc	变离散时间模型为连续时间模型
■ 模型表示	
bodeplot	传递函数的 Bode 图或频谱
ffplot	频域函数
idplot	输入/输出数据
nyqplot	传递函数的 Nyquist 图
present	屏幕上的参数模型
zpplot	零点和极点
■ 信息提取	
getmfth	获取定义模型结构的 M 文件的文件名
getncap	获取数据点数和参数个数
getff	选取频率函数
gett	为某模型获取取样间隔
getzp	在由 th2zp 函数产生的零极点格式中，提取零点和极点
■ 模型合法化	
compare	将仿真和预测的输出与测量输出比较
idsim	仿真一给定的系统
pe	预测误差
predict	M 步超前预测
resid	计算和测试与某模型相关的留数

续表

■ 估计模型的不确定性	
idsimsd	在仿真模型响应中说明不确定性
th2ff	模型频率函数和标准偏差
th2zp	零点、极点、静态增益及其标准偏差
■ 模型结构选择	
arxstruc	ARX 模型类的损失函数
ivstruc	单输出类的输出误差拟合
selstruc	根据各种准则选择模型结构
struc	arxstruc 和 ivstruc 的典型结构矩阵
■ 递归参数估计	
rarx	对 AR 模型递归计算估值
rarmax	对 ARMAX 模型递归计算估值
rbj	对 Box－Jenkins 模型递归计算估值
roe	对输出误差模型递归计算估值
rpem	对一般模型递归计算 PEM 估值
rplr	对一般模型递归计算 PLR 估值
segment	分段数据并跟踪快变系统

表 B.9　最优化工具箱

■ 非线性最小化函数	
attgoal	达到多目标
constr	约束极小化
fmin	无约束极小化(标量情况)
fminu	利用梯度搜索的无约束极小化
fmins	利用单纯形搜索的无约束极小化
fsolve	非线性方程求解
leastsq	非线性最小二乘
minimax	极小极大求解
seminf	半定极小化
■ 矩阵问题极小化	
lp	线性规划
qp	二次规划
nnls	非负最小二乘
■ 控制缺省值和选项	
foptions	参数设置

续表

■ 演示	
optdemo	演示菜单
tutdemo	启动教程
bandemo	香蕉型函数的极小化
goaldemo	目标达到
dfildemo	有限精度滤波器设计
datdemo	数据拟合成曲线
■ 内部使用的实用程序	
三次内插程序	
cubic	内插4点以找出极大值
cubici1	内插2点和梯度，以估计极小值
cubici2	内插3点和1梯度
cubici3	内插2点和梯度，以找出步长和极小值
二次内插程序	
quad2	内插3点以找出极大值
quadinter	内插3点以估计极小值
演示实用程序	
eigfun	返回分类特征值的函数
elimone	消去一变量
filtfun	频率响应和根
filtfun2	频率响应范数和根
fitfun	返回拟合数据中的误差范数
fitfun2	返回拟合数据中的误差矢量
半定实用程序	
semifun	半定问题转换成约束问题
findmax	在数据向量中内插极大值
findmax2	在数据矩阵中内插极大值
v2sort	分类两向量，然后删去丢失的元素
目标达到的实用程序	
goalfun	目标达到问题转换成约束条件问题
goalgra	变换目标达到问题中的梯度
测试程序	
toptim	最优化测试组
toptimf	最优化测试组的测试函数
toptimg	最优化测试组的测试函数梯度
其它	
graderr	用于检查梯度的不一致性
lsint	初始化最小二乘程序的函数
optint	初始化无约束极小化程序的函数
searchq	线性搜索程序

表 B.10　神经网络工具箱

■ 误差分析函数	
errsurf	计算误差曲面
plotep	在误差曲面上绘制权和基位置图
plotes	绘制误差曲面图
■ δ函数	
deltalin	对 PURELIN 神经元的 δ 函数
deltalog	对 LOGSIG 神经元的 δ 函数
deltatan	对 TANSIG 神经元的 δ 函数
■ 设计	
solvehop	设计 Hopfield 网络
solvelin	设计线性网络
solverb	设计径向基网络
solverbe	设计精确的径向基网络
■ 初始化	
initc	竞争层初始化
initelm	Elman 递归网络初始化
initff	至多三层的前向网络初始化
initlin	线性层初始化
initlvq	LVQ 网络初始化
initp	感知层初始化
initsm	自组织映射初始化
midpoint	产生中点值
nwlog	对 LOGSIG 神经元产生 Nguyen – Widrow 随机数
nwtan	对 TANSIG 神经元产生 Nguyen – widrow 随机数
randnc	产生归一化列随机数
randnr	产生归一化行随机数
rands	产生对称随机数

续表

■ 学习规则	
learnbp	反向演播学习规则
learnbpm	带预测的反向演播学习规则
learnh	Hebb 学习规则
learnhd	退化的 Hebb 学习规则
learnis	内星学习规则
learnk	Kohonen 学习规则
learnlm	Levenberg - Marquardt 学习规则
learnlvq	学习矢量量化规则
learnos	外星学习规则
learnp	感知层学习规则
learnpn	归一化的感知层学习规则
learnwh	Widrow - Hoff 学习规则
■ 矩阵	
combvec	创建所有的矢量集
delaysig	从信号矩阵中建立退化的信号矩阵
dist	计算矢量距离
ind2vec	变下标矢量为稀疏矩阵表示
normc	归一化矩阵列
normr	归一化矩阵行
pnormc	为归一化矩阵列
quant	离散化成某数值的整数倍
sumsqr	平方和
vect2ind	变稀疏矩阵表示为下标矢量
■ 邻域	
nbdist	使用矢量距离的邻域阵
nbgrid	使用栅格距离的邻域阵
nbman	使用 Manhattan 距离的邻域阵

续表

■ 绘图	
barerr	每个输出矢量的误差条形图表
hintonw	绘制权值图
hintonwb	绘制权值和偏差图
ploterr	绘出网络误差与时间的关系
plotes	绘制误差曲面
plotfa	绘出目标模式及网络函数的逼近
plotpv	绘出限幅神经元的感知器分类
plotsm	绘制自组织映射图
plottr	绘出网络误差记录及自适应学习速率
plotvec	用不同颜色绘制矢量
■ 仿真	
simuc	竞争层仿真
simuelm	Elman 递归网络仿真
simuff	前向网络仿真
simuhop	Hopfield 网络仿真
simulin	线性层仿真
simup	感知层仿真
simurb	径向基网络仿真
simusm	自组织映射仿真
■ 训练	
trainbp	利用反向演播训练前向网络
trairbpx	利用快速反向演播训练网络
trainc	训练竞争层网络
trainelm	训练 Elman 递归网络
trainlvq	训练 LVQ 网络
trainp	利用感知规则训练感知层
trainpn	利用归一化感知规则训练感知层
trainsm	利用 Kohonen 规则训练自组织映射
trainwh	利用 Widrow Hoff 规则训练线性层
■ 传递函数	
compet	竞争层传递函数
hardlim	硬限幅传递函数
hardlims	对称硬限幅传递函数
logsig	对数 S 型传递函数
purelin	线性传递函数
radbas	径向基传递函数
satlins	对称饱和线性传递函数
tansig	正切 S 型传递函数

表 B.11　模糊系统工具箱

■ GUI 编辑器	
fuzzy	基本 FIS(模糊推理系统)编辑器
mfedit	隶属度函数编辑器
ruleedit	规则编辑器及(句法)分析程序
releview	规则观察器及模糊推理框图
surfview	输出曲面观测器
■ 隶属度函数	
dsigmf	两个"S"形隶属度函数的差
gauss2mf	双边高斯曲线隶属度函数
gaussmf	高斯曲线隶属度函数
gbellmf	广义钟形隶属度函数
pimf	π 形隶属度函数
psigmf	两个"S"形隶属度函数的积
smf	"S"形隶属度函数
sigmf	"sigmoid(S)"形隶属度函数
trapmf	梯形隶属度函数
trimf	三角形隶属度函数
zmf	"Z"形隶属度函数
■ 命令行 FIS 函数	
addmf	将隶属度函数加到 FIS 中
addrule	将规则加到 FIS 中
addvar	将变量加到 FIS 中
defuzz	去模糊隶属度函数
evalfis	完成模糊推理计算
evalmf	隶属度函数计算
gensurf	产生 FIS 输出曲面
getfis	获得模糊系统的特性
mf2mf	在函数之间变换参数
newfis	产生新的 FIS
parsrule	分析模糊规则
plotfis	显示 FIS 输入/输出图
plotmf	显示出一个变量的所有隶属度函数
readfis	从磁盘中装入 FIS
rmmf	从 FIS 删除隶属度函数
rmvar	从 FIS 中删除变量
setfis	设置模糊系统特性
showfis	显示带注释的 FIS
showrule	显示 FIS 规则
writefis	在磁盘中保存 FIS

续表

■ 先进技术	
anfis	Sugeno - type FIS 的训练程序
fcm	利用模糊C平均聚集方法找出簇
genfis1	利用一般方法产生FIS矩阵
genfis2	利用减法聚集方法产生FIS矩阵
subclust	利用减法聚集方法估计簇中心

表 B.12 小波分析工具箱

■ 小波分析中的通用函数	
biorfilt	双正交小波滤波器组
dyaddown	二元取样
dyadup	二元插值
wavefun	小波函数和尺度函数
intwave	积分小波函数 ψ
orthfilt	正交小波滤波器组
qmf	镜像二次滤波器
wfiters	小波滤波器
wavemngr	小波管理
wmaxlev	计算小波分解的最大尺度
deblankl	把字符串变成无空格的小写字符串
errargn	检查函数参数数目
errargt	检查函数的参数类型
num2mstr	把数字转化为字符串
wcodemat	对矩阵进行量化编码
wcommon	寻找公共元素
wkeep	提取向量或矩阵中的一部分
wrev	向量逆序
nstdfft	非标准一维快速傅里叶变换(FFT)
instdfft	非标准一维快速逆傅里叶变换
std	计算标准差
■ 小波函数	
biorwavf	双正交样条小波滤波器
coifwavf	Coiflets 小波滤波器
dbaux	Daubechies 小波滤波器
dbwavf	Daubechies 小波滤波器
mexihat	墨西哥帽小波
meyer	meyer 小波
meyeraux	Meyer 小波辅助函数
morlet	Morlet 小波
symwavf	Symlets 小波滤波器

续表

■ 一维小波变换	
cwt	一维连续小波变换
dwt	单尺度一维离散小波变换
dwtmode	离散小波变换拓展模式
idwt	单尺度一维离散小波逆变换
dwtper	单尺度一维离散小波变换(周期性)
idwtper	单尺度一维离散小波重构(周期性)
wavedec	多尺度一维小波分解
appcoef	提取一维小波变换低频系数
detcoef	提取一维小波变换高频系数
waverec	多尺度一维小波重构
upwlev	单尺度一维小波分解的重构
wrcoef	对一维小波系数进行单支重构
upcoef	一维系数的直接小波重构
■ 二维小波变换	
dwt2	单尺度二维离散小波变换
idwt2	单尺度逆二维离散小波变换
detper2	单尺度二维离散小波变换(周期性)
idwtper2	单尺度二维离散逆小波分析(周期性)
wavedec2	多尺度二维小波分解
waverec2	多尺度二维小波重构
appcoef2	提取二维小波分解低频系数
detcoef2	提取二维小波分解高频系数
upwlev2	二维小波分解的单尺度重构
wrcoef2	对二维小波系数进行单支重构
upcoef2	二维小波分解的直接重构
■ 小波包算法	
wpdec	一维小波包的分解
wprec	一维小波包分解的重构
wpdec2	二维小波包的分解
wprec2	二维小波包分解的重构
wpcoef	计算小波包系数
wprcoef	小波包分解系数的重构
wpfun	小波包函数
wpsplt	分割(分解)小波包
wpjoin	重新组合小波包
wpcutree	剪切小波包分解树
besttree	计算最佳(优)树
bestlevt	计算完整最佳小波包树
wp2wtree	从小波包树中提取小波树
wentropy	计算小波包的熵
entrupd	更新小波包的熵值

续表

■ 信号和图像的消噪与压缩	
ddencmp	获取默认值阈值(软或硬)、熵标准
thselect	信号消噪的阈值选择
wden	用小波进行一维信号的自动消噪
wdencmp	用小波进行信号的消噪或压缩
wnoise	产生含噪声的测试函数数据
wnoisest	估计一维小波的系数的标准偏差
wpdencmp	用小波包进行信号的消噪或压缩
wpthcoef	进行小波包分解系数的阈值处理
wthcoef	一维信号的小波系数阈值处理
wthcoef2	二维信号的小波系数阈值处理
wthresh	进行软阈值或硬阈值处理
■ 树操作应用函像	
maketree	创建小波(包)分解树
plottree	画树结构图形
nodejoin	重组结点
allnodes	计算树结点
depo2ind	将深度－位置结点形式转化成索引结点形式
ind2depo	将索引结点形式转化成深度－位置结点形式
isnode	判断结点是否存在
istnode	判断结点是否是终结点并返回排列值
nodeasc	计算上溯结点
nodedesc	计算下溯结点(子结点)
nodepar	寻找父结点
ntnode	求终结点的个数
nodesplt	分割(分解)结点
treedpth	求树的深度
treeord	求树结构的叉数
wdatamgr	管理数据结构
wtreemgr	管理树结构

续表

■ 小波分析中的数据 I/O 函数	
load	读取数据
save	将 MATLAB 工作环境中的数据存盘
fopen	打开一个文件或获取一个文件的信息
fclose	关闭一个或多个已打开的文件
fprintf	将数据以一定的格式写到文件中
fwrite	将数据按照二进制格式写到文件中
fscanf	从文件中按指定的格式读取数据
fread	从二进制文件中读取数据
ftell	获取文件指针的位置
fseek	设置文件的位置指针
ferror	获取文件 I/O 错误信息
imread	从图像文件中读取图像数据(二维数据 I/O)
imwrite	将图像数据按照一定的图像格式写入文件
imfinfo	返回一个图像文件的信息

表 B.13　时频工具箱

■ 选择信号的瞬时幅值	
amexpo1s	产生单侧指数调幅信号
amexpo2s	产生双侧指数调幅信号
amgauss	产生高斯调幅信号
amrect	产生矩形调幅信号
amtriang	产生三角调幅信号
amexpo1s	产生单侧指数调幅信号
amexpo2s	产生双侧指数调幅信号
■ 选择信号的瞬时频率	
fmconst	产生常值调频信号
fmhyp	产生双曲线调频信号
fmlin	产生线性调频信号
fmodany	产生任意调频信号
fmpar	产生抛物线调频信号
fmpower	产生幂律调频信号
fmsin	产生正弦调频信号
gdpower	产生幂律群延迟信号

续表

■ 特殊信号的选择	
altes	产生时域的交变信号
anaask	产生振幅键控信号(ASK)
anabpsk	产生双相键控信号(BPSK)
anafsk	产生频移键控信号(FSK)
anapulse	产生单位幅度脉冲信号的解析投影
anaqpsk	产生四相键控信号(QPSK)
anasing	产生利谱希茨(Lipschitz)奇异性
anastep	产生单位阶跃信号的解析投影
atoms	产生基本高斯元的线性组合信号
dopnoise	产生复多普勒随机信号
doppler	产生复多普勒信号
klauder	产生时域的 Klauder 小波
mexhat	产生时域墨西哥帽(Mexican hat)小波
window	生成窗
■ 噪声实现	
noisecg	生成解析复高斯噪声
noisecu	生成解析复单位白噪声
■ 信号的尺度变换	
scale	用梅林变换对信号进行尺度变换
■ 信号的时域处理	
ifestar2	用二阶自回归(AR2)模型估计信号的瞬时频率
instfreq	估计瞬时频率
loctime	时间局域特征
fmt	快速梅林变换
ifmt	快速梅林逆变换
locfreq	频率局域特征
sgrpdlay	群延迟估计
■ 信号的线性时频处理	
tfrgabor	信号的(Cabor)表示
tfrstft	短时傅里叶变换

续表

■ 科恩(Cohen)类信号的双线性时频处理	
tfrbj	波恩—约旦(Born - Jordan)时频分布
tfrbud	巴特沃斯(Butterworth)时频分布
tfrcw	乔伊—威廉斯(Choi - Williams)时频分布
tfrgrd	广义矩形时频分布
tfrmh	马根诺—希尔(Margenau - Hill)时频分布
tfrmhs	马根诺—希尔(Margenau - Hill)谱图时频分布
tfrmmce	联合谱图的最小平均互熵
tfrpage	Page 时频分布
tfrpmh	伪马根诺—希尔(Margenau - Hill)时频分布
tfrppage	伪 Page 时频分布
tfrpwv	伪魏格纳—维尔(Wigner - Ville)时频分布
tfrri	里哈钦科(Rihaczek)时频分布
tfrridb	减小相干项分布(贝塞尔(Bessel)窗)
tfrridbn	减小相干项分布(二项(biomial)窗)
tfrridh	减小相干项分布(汉宁(Hanning)窗)
tfrridt	减小相干项分布(三角(triangular)窗)
tfrsp	谱图时频分布
tfrspwv	平滑伪魏格纳—维尔(Wigner - Ville)时频分布
tfrwv	魏格纳—维尔(Wigner - Ville)时频分布
tfrzam	赵—阿特拉斯—马克斯(Zhao - Atlas - Marks)时频分布
■ 仿射类信号的双线性时频处理	
tfrbert	单位伯特兰(Bertrand)时频分布
tfrdfla	D - Flandrin 时频分布
tfrscalo	Morlet 或 Mexican hat 小波尺度图
tfrspaw	平滑的伪仿射魏格纳分布
tfrunter	active 或 passive Unterberger 时频分布
tfrbert	单位伯特兰(Bertrand)时频分布
■ 信号的重排时频处理	
tfrrgab	重排盖博谱图
tfrrmsc	重排 Morlet 尺度图时频分布
tfrrpmh	重排伪 Margenau - Hill 时频分布
tfrrppag	重排伪 Page 时频分布
tfrrpwv	重排伪 Wigner - Ville 时频分布
tfrrsp	重排谱图
tfrrspwv	重排平滑伪 Wigner - Ville 时频分布
■ 模糊函数	
ambifunb	窄带模糊函数
ambifuwb	宽带模糊函数

续表

■ 解释帮助	
friedman	瞬时频率密度
holder	通过仿射类时频表示估计 Holder 指数
htl	检测图像中直线的 Hough 变换
margtfr	时频表示的边缘和能量
midscomp	用于构造干扰图的中间点
momftfr	时频表示的频率矩
momttfr	时频表示的时间矩
plotsid	调频信号干涉图的示意图
renyi	Renyi 信息测度
ridges	从重排时频表示提取脊
tfrideal	给定瞬时频率规律的理想时频表示
■ 可视化和备份	
plotifl	绘制归一化瞬时频率规律图
tfrparam	返回显示(保存)时频表示所需的参数
tfrqview	时频表示的快速可视化
tfrsave	保存时频表示的参数
tfrview	时频表示的可视化
■ 其它	
disprog	显示循环的进程
divider	把一个整数分解为与其平方根最接近的两个整数之积
dwindow	得到一个窗
integ	积分近似
iteg2d	二维积分近似
izak	Zak 逆变换
kaytth	计算 Kay - Tretter 滤波
modulo	给出向量中每个元素对模 N 的同余值
movcw4at	由 Choi - Williams 分布分析的四元旋转
movpwdph	相移对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响
movpwjph	相位跳变对伪 Wigner - Ville 分布相干项的影响
movsc2wv	尺度图转换为 Wigner - Ville 分布的动画演示
movsp2wv	谱图转换为 Wigner - Ville 分布的动画演示
movwv2at	Wigner - Ville 分布相干项的振荡结构
odd	得到某向量(数)中每个元素最接近的奇数整数值，若为偶数，则加 1
sigmerge	两个信号以给定的能量比(dB)相加
zak	计算 Zak 变换

参考文献

[1] J. Bertrand and P. Bertrand. A class of affine wigner functions with extended covariance properties. *J. Math. Phys.*, 33(7), 1992

[2] P. Gonalvs and R. Baraniuk. Pseudo affine wigner distributions and kernel formulation. *Submitted to IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996

[3] F. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform. In *Proceedings IEEE*, volume 66, pages 51—83, 1978

[4] O. Rioul and P. Flandrin. Time-scale distributions: A general class extending wavelet transform. *TRANSSIG*, 40(7): 1746—57. July 1992

[5] [美]L. 科恩著. 时一频分析：理论与应用. 白居宪译. 西安：西安交通大学出版社，1998

[6] 张贤达，保铮著. 非平稳信号分析与处理. 北京：国防工业出版社，1998

[7] 张贤达著. 现代信号处理. 北京：清华大学出版社，1994

[8] 胡广书编著. 数字信号处理：理论、算法与实现. 北京：清华大学出版社，1997

[9] 胡昌华等编著. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——小波分析. 西安：西安电子科技大学出版社，1999

[10] 楼顺天，李博菡编著. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——信号处理. 西安：西安电子科技大学出版社，1998

[11] Kenneth. R. Castleman 著. 数字图像处理. 朱志刚等译. 北京：电子工业出版社，1998

[12] F. Auger. P. Flandrin, P. Gongcalves. O. Lemonice. Time-frequecncy Toolbox Reference Guide. CNRS(France), Rice University(USA), 1997

[13] F. Auger. P. Flandrin, P. Gongcalves. O. Lemonice. Time-frequecncy Toolbox Tutorial. CNRS(France), Rice University(USA), 1997